

2018 (Even)

Time : 3 Hrs.

Sem. I/II

Engg Math

Full Marks : 70

Pass Marks : 28

Answer all 20 questions from Group A, each question carries 1 mark.

ग्रुप-A से सभी प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान 1 अंक है ।

Answer all five questions from Group B, each question carries 4 marks.

ग्रुप-B से पाँच प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान 4 अंक है ।

Answer all five questions from Group C, each question carries 6 marks.

ग्रुप-C से पाँच प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान 6 अंक है ।

All parts of a question must be answered at one place in sequence, otherwise they may not be evaluated.

एक प्रश्न के सभी अंशों का उत्तर एक ही जगह (लगातार क्रम में) होना चाहिए, अन्यथा वे नहीं जाँचे जा सकते हैं ।

The figures in right hand margin indicate marks.

दाएँ पार्श्व के अंक पूर्णांक के सूचक हैं ।

PTO

GROUP A

1. Choose the most suitable answer from the following options :

सर्वाधिक उपर्युक्त विकल्प को चुनकर लिखिए :

- (i) The Domain of the function $\sqrt{(x-2)(x-3)}$ is :

- (a) $\{x \geq 3 \text{ or } x \leq 2\}$
 (b) $\{x \leq 1 \text{ or } x \geq 2\}$
 (c) $\{x < 0 \text{ or } x > 5\}$
 (d) None of these

- (i) फलन $\sqrt{(x-2)(x-3)}$ का प्रभाव क्षेत्र है :

- (अ) $\{x \geq 3 \text{ or } x \leq 2\}$
 (ब) $\{x \leq 1 \text{ or } x \geq 2\}$
 (स) $\{x < 0 \text{ or } x > 5\}$
 (द) इनमें से कोई नहीं

- (ii) The Range of the function $y = \frac{x}{1+x^2}$ is :

- (a) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
 (b) $\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$

(c) $\left[0, -\frac{1}{2}\right]$

- (d) None of these

- (ii) फलन $y = \frac{x}{1+x^2}$ का परिसर है :

(अ) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

(ब) $\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$

(स) $\left[0, -\frac{1}{2}\right]$

- (द) इनमें से कोई नहीं।

- (iii) If $f(y) = \log y$ then $f(y) + f\left(\frac{1}{y}\right)$ is equal to:

(a) $\frac{1}{y}$

(b) y

(c) 0

- (d) None of these

- (iii) यदि $f(y) = \log y$ तब $f(y) + f\left(\frac{1}{y}\right)$ बराबर

(अ) $\frac{1}{y}$

(ब) y

- (स) 0
 (द) इनमें से कोई नहीं
- (iv) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a^4}{x - a}$ is equal to :
- (a) $3a^4$
 (b) $4a^3$
 (c) $4a^4$
 (d) None of these
- (iv) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a^4}{x - a}$ बराबर है:
- (अ) $3a^4$
 (ब) $4a^3$
 (स) $4a^4$
 (द) इनमें से कोई नहीं
- (v) The Value of $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x^\circ}{x}$ is :
- (a) $\frac{180}{\pi}$
 (b) $\frac{-\pi}{180}$
 (c) $\frac{\pi}{180}$
 (d) None of these

- (v) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x^\circ}{x}$ का मान है :
- (अ) $\frac{180}{\pi}$
 (ब) $\frac{-\pi}{180}$
 (स) $\frac{\pi}{180}$
 (द) इनमें से कोई नहीं।
- (vi) Differential Co-efficient of $\tan x$ with respect to x is :
- (a) $\cot x$
 (b) $\sec x$
 (c) $\sec^2 x$
 (d) None of these
- (vi) x के सापेक्ष $\tan x$ का अवकल गुणांक है :
- (अ) $\cot x$
 (ब) $\sec x$
 (स) $\sec^2 x$
 (द) इनमें से कोई नहीं।
- (vii) Differential Co-efficient of $\sec^{-1} x$ with respect to x is :

- (a) $\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
 (b) $\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$
 (c) $\frac{1}{x\sqrt{x^2+1}}$
 (d) None of these

(vii) x के सापेक्ष $\sec^{-1} x$ का अवकल गुणांक है :

- (अ) $\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
 (ब) $\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$
 (स) $\frac{1}{x\sqrt{x^2+1}}$
 (द) इनमें कोई नहीं।

(viii) Differential Co-efficient of $\log(ax+b)$ with respect to x is:

- (a) $a(ax+b)$
 (b) $\frac{b}{(ax+b)}$
 (c) $\frac{a}{(ax+b)}$
 (d) None of these

(viii) x के सापेक्ष $\log(ax+b)$ का अवकल गुणांक है:

- (अ) $a(ax+b)$
 (ब) $\frac{b}{(ax+b)}$
 (स) $\frac{a}{(ax+b)}$
 (द) इनमें से कोई नहीं

(ix) Differential Co-efficient of $\sqrt{\sin x}$ with respect to x is :

- (a) $\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$
 (b) $\frac{-\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$
 (c) $\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$
 (d) None of these

(ix) x के सापेक्ष $\sqrt{\sin x}$ का अवकल गुणांक है:

- (अ) $\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$
 (ब) $\frac{-\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$
 (स) $\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$
 (द) इनमें से कोई नहीं।

(x) Differential Co-efficient of $\log \tan x$ with respect to x is :

- (a) $\tan x \cot x$
 (b) $-\sec x \cos x$
 (c) $\sec x \operatorname{cosec} x$
 (d) None of above

(x) x के सापेक्ष $\log \tan x$ का अवकल गुणांक है:

- (अ) $\tan x \cot x$
 (ब) $-\sec x \cos x$
 (स) $\sec x \operatorname{cosec} x$
 (द) इनमें से कोई नहीं।

(xi) Differential Co-efficient of $\cos x$ with respect to x^3 is:

- (a) $\frac{\sin x}{3x^2}$
 (b) $\frac{\cos x}{3x^2}$
 (c) $\frac{-\sin x}{3x^2}$
 (d) None of these

(xi) x^3 के सापेक्ष $\cos x$ का अवकल गुणांक है:

- (अ) $\frac{\sin x}{3x^2}$
 (ब) $\frac{\cos x}{3x^2}$

(स) $\frac{-\sin x}{3x^2}$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xii) If $x = a \cos^3 \theta$; $y = a \sin^3 \theta$ then $\frac{dy}{dx}$ is equal to :

- (a) $\tan \theta$
 (b) $\cot \theta$
 (c) $-\tan \theta$
 (d) None of these

(xii) यदि $x = a \cos^3 \theta$; $y = a \sin^3 \theta$ तब $\frac{dy}{dx}$ बराबर है :

- (अ) $\tan \theta$
 (ब) $\cot \theta$
 (स) $-\tan \theta$
 (द) इनमें से कोई नहीं

(xiii) If $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x + 5$ then the value of

$\frac{d^2y}{dx^2}$ at $x=1$ is :

- (a) -1
 (b) 0

- (c) 1
(d) None
- (xiii) यदि $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x + 5$ तब $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान $x=1$ पर होगा :
(अ) -1
(ब) 0
(स) 1
(द) इनमें से कोई नहीं
- (xiv) The Arithmetic mean of the Variables 5,10,15,20,25 is :
(a) 5
(b) 10
(c) 15
(d) None of these
- (xiv) चर 5,10,15,20,25 का समान्तर माध्य है:
(अ) 5
(ब) 10
(स) 15
(द) इनमें से कोई नहीं
- (xv) The Median of the data 3,1,5,2,6,8,4 is :
(a) 3
(b) 4

- (c) 5
(d) None
- (xv) आँकड़े 3,1,5,2,6,8,4, का माध्यिक है:
(अ) 3
(ब) 4
(स) 5
(द) इनमें से कोई नहीं
- (xvi) The Mode of the data 19,18,17,16,17,15,14,15,17,9 is :
(a) 16
(b) 17
(c) 18
(d) None of these
- (xvi) आँकड़े 19,18,17,16,17,15,14,15,17,9 का बहुलक है:
(अ) 16
(ब) 17
(स) 18
(द) इनमें से कोई नहीं
- (xvii) The Standard Deviation of the Item 2,4,5,6,9,10 is :
(a) $\sqrt{\frac{23}{3}}$
(b) $\sqrt{\frac{22}{3}}$

(c) $\sqrt{\frac{21}{3}}$

(d) None of these

(xvii) पदों 2,4,5,6,9,10 का मानक विचलन है:

(अ) $\sqrt{\frac{23}{3}}$

(ब) $\sqrt{\frac{22}{3}}$

(स) $\sqrt{\frac{21}{3}}$

(द) इनमें से कोई नहीं।

(xviii) If $P(A) = \frac{1}{4}$; $P(B) = \frac{1}{2}$ and $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$ then $P(A \cap B)$ is equal to:

(a) $\frac{1}{6}$

(b) $\frac{1}{7}$

(c) $\frac{1}{8}$

(d) None of these.

(xviii) यदि $P(A) = \frac{1}{4}$; $P(B) = \frac{1}{2}$ तक $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$ तब $P(A \cap B)$ बराबर होगा:

(अ) $\frac{1}{6}$

(ब) $\frac{1}{7}$

(स) $\frac{1}{8}$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xix) Slope of the curve $y^2 = 2x^2 + x + 1$ at point (1, 2,) is :

(a) $\frac{4}{5}$

(b) $\frac{5}{4}$

(c) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

(d) None of these

(xix) वक्र $y^2 = 2x^2 + x + 1$ के बिन्दु (1, 2) पर ढाल है:

(अ) $\frac{4}{5}$

(ब) $\frac{5}{4}$

(स) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

(द) इनमें से कोई नहीं।

(xx) Function $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 6$ will be maximum or minimum when :

- (a) $3x^2 + 4x + 1 = 0$
 (b) $3x^2 - 4x + 1 = 0$
 (c) $6x^2 - 8x + 5 = 0$
 (d) None of these

(xx) फलन $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 6$ महत्तम या न्यूनतम होगा जब:

- (अ) $3x^2 + 4x + 1 = 0$
 (ब) $3x^2 - 4x + 1 = 0$
 (स) $6x^2 - 8x + 5 = 0$
 (द) इनमें से कोई नहीं

GROUP B

Answer all **Five Questions.**

5×4=20

सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

2. Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{x} \right]$ 4

मान निकालें: $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{x} \right]$

Or (अथवा)

Evaluate: $\lim_{x \rightarrow y} \left[\frac{\tan x - \tan y}{x - y} \right]$ 4

मान निकालें : $\lim_{x \rightarrow y} \left[\frac{\tan x - \tan y}{x - y} \right]$

3. Find differential Co-efficient of $\sin x$ with respect to x by first principle. 4

प्रथम सिद्धान्त से x के सापेक्ष $\sin x$ का अवकल गुणांक निकालें।

Or (अथवा)

Differentiate $\sin \left\{ \cos \left(\tan \sqrt{ax} \right) \right\}$ with respect to x 4

x के सापेक्ष $\sin \left\{ \cos \left(\tan \sqrt{ax} \right) \right\}$ का अवकल गुणांक निकालें।

4. Find the probability of the occurrence of in throwing two dies. 4

दो पासो के फेंकने में अंक 10 के ऊपर आने की प्रायिकता निकालें।

Or (अथवा)

A bag contains 4 red, 5 White and 7 black balls. If 2 balls are taken out at random, what is the probability that both of whom will be black or both will be white. 4

एक थैले में 4 लाल, 5 उजली एवं 7 काली गेंद हैं। यदि उनमें से यदृच्छया 2 गेंद निकाली जाएँ, तो दोनों काली या दोनों उजली गेंद होने की क्या प्रायिकता है?

5. A spherical ball of salt is dissolving in water in such a manner that the rate of decrease of the volume at any instant is proportional to the surface. Prove that the radius is decreasing at a constant rate. 4

एक गोलाकार नमक का ढेला पानी में इस प्रकार घुल रहा है कि किसी समय उसके आयतन का ह्रास उसकी सतह के समानुपाती है। सिद्ध करें कि उसकी त्रिज्या एक स्थिर दर से घट रही है।

Or (अथवा)

Find the radius of Curvature at the point $x = a$ of the curve $x^2y = a^2(x - y)$ 4

वक्र $x^2y = a^2(x - y)$ के बिन्दु $x = a$ पर radius of Curvature ज्ञात करें।

6. Discuss Newton- Raphson method for solution of a Numerical equation. 4

न्यूमेरिकल समीकरण को हल करने के लिए न्यूटन-रैक्सन विधि की व्याख्या करें।

Or (अथवा)

Find a positive real root of the equation $x^3 - 2x - 5 = 0$ correct to three decimal places by the method of false position. (upto third approximation of the root only) 4

समीकरण $x^3 - 2x - 5 = 0$ का एक वास्तविक धनात्मक मूल दशमलव के तीन अंको तक फॉल्स पोजीशन विधि के द्वारा निकालें। (केवल तीन लगभग मान तक)

GROUP C

Answer all **Five Questions**.

सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

7. Evaluate : $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{2x^p + 3x^{p-1} + 4}{3x^q + 7x^{q-1} - 2} \right]$ when $p, q > 0$ 6

मान निकालें : $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{2x^p + 3x^{p-1} + 4}{3x^q + 7x^{q-1} - 2} \right]$ जब $p, q > 0$

Or (अथवा)

Evaluate : $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left[\frac{x \sin \alpha - \alpha \sin x}{x - \alpha} \right]$ 6

मान निकालें $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left[\frac{x \sin \alpha - \alpha \sin x}{x - \alpha} \right]$

8. Find $\frac{dy}{dx}$ when $(\sin x)^y (\sin y)^x = 2$ 6

$\frac{dy}{dx}$ का मान निकालें जब $(\sin x)^y (\sin y)^x = 2$

Or (अथवा)

If $y = \cos(m \cos^{-1} x)$, prove that

$(1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$ 6

यदि $y = \cos(m \cos^{-1} x)$ तो सिद्ध करें:

$(1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$

9. Find the mean, Median and Mode of the following frequency distribution: 6

| Class | 6-10 | 11-15 | 16-20 | 21-25 | 26-30 |
|-----------|------|-------|-------|-------|-------|
| Frequency | 20 | 30 | 50 | 40 | 10 |

निम्नलिखित बारंबारता वितरण का माध्य माध्यिका और बहुलक निकालें :

| वर्ग | 6-10 | 11-15 | 16-20 | 21-25 | 26-30 |
|-----------|------|-------|-------|-------|-------|
| बारंबारता | 20 | 30 | 50 | 40 | 10 |

Or (अथवा)

Find the Mean, Median and Mode of the following Frequency distribution: 6

| Variable | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Frequency | 14 | 21 | 25 | 43 | 51 | 40 | 39 | 12 |

निम्नलिखित बारंबारता वितरण का माध्य, प्रसरण एवं मानक विचलन ज्ञात करें :

| चर | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| बारंबारता | 14 | 21 | 25 | 43 | 51 | 40 | 39 | 12 |

10. Evaluate : $2x^4 + 3x^3 + 2x^2 - x + 6$ when

$x = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}i)$ 6

मान निकालें: $2x^4 + 3x^3 + 2x^2 - x + 6$ जबकि

$x = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}i)$

Or (अथवा)

Prove that : $\left(\frac{\cos \theta + i \sin \theta}{\sin \theta + i \cos \theta}\right)^4 = \cos 8\theta + i \sin 8\theta$ 6

सिद्ध करें: $\left(\frac{\cos \theta + i \sin \theta}{\sin \theta + i \cos \theta}\right)^4 = \cos 8\theta + i \sin 8\theta$

11. Solve the following equations by Gauss elimination method 6

$$4x - 2y + 6z = 8 ; x + y + 3z = -1 ; 15x - 3y + 9z = 21$$

निम्नलिखित समीकरण को गॉस एलिमिनेशन विधि से हल करें :

$$4x - 2y + 6z = 8 ; x + y + 3z = -1 ; 15x - 3y + 9z = 21$$

Or (अथवा)

- Solve the following equation by Gausess siedel iteration method 6

$$20x + y - 2z = 17 ; 3x + 20y - z = 18 ;$$

$$2x - 3y + 20z = 25$$

निम्नलिखित समीकरण को गॉस सिडेल इटरेशन विधि से हल करें:

$$20x + y - 2z = 17 ; 3x + 20y - z = 18 ;$$

$$2x - 3y + 20z = 25$$
