NT3002 1600301

2019(Odd)

Time : 3Hrs. **Sem. III (G)**

App. Maths -I

Full Marks : 70

Pass Marks : 28

*Answer all **20** questions from **Group A**, each question carries **1** marks.*

ग्रुप–A से सभी 20 प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान *1* अंक है।

*Answer all **Five** questions from **Group B**, each question carries **4** marks.*

ग्रुप–B से सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान *4* अंक है।

*Answer all **Five** questions from **Group C**, each question carries **6** marks.*

ग्रुप–C से सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान *6* अंक है।

All parts of a question must be answered at one place in sequence, otherwise they may not be evaluated.

एक प्रश्न के सभी अंशों का उत्तर एक ही जगह (लगातार क्रम में) होना चाहिए, अन्यथा वे जाँचे नहीं जा सकते हैं।

The figure in right hand margin indicate marks.
दाएँ पार्श्व के अंक पूर्णांक के सूचक हैं।

P.T.O

GROUP A

1. Choose the most suitable answer from the following options : **1x20=20**

सर्वाधिक उपयुक्त विकल्प को चुनकर लिखें :

(i) $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ dx is equal to.............

(a) $Sec^{-1}x + C$

(b) $Cosec^{-1}x + C$

(c) $Cot^{-1}x + C$

(d) None of these

(i) $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ बराबर है...........

(अ) $Sec^{-1}x + C$

(ब) $Cosec^{-1}x + C$

(स) $Cot^{-1}x + C$

(द) इनमें से कोई नहीं

(ii) $\int$ cot x dx is equal to

(a) log tan x+c

(b) log sin x+c

(c) log cos x+c

(d) None of these

Solve the following equation by Jacobi's Iteration method: (upto three Iteration)

$10x-2y-2z = 6;$

$-x-y+10z = 8;$

$-x+10y-2z = 7$

OR(अथवा)

जैकोबी इटेशन विधि से निम्नलिखित समीकरणों को हल करें—(तीन लगभग मान तक)

$10x-2y-2z =6;$

$-x-y+10z =8;$

$-x+10y-2z=7$

***

OR(अथवा)

Obtain the Fourier series to represent the function $f(x) = |x|$ for $-\pi < x < \pi$ and hence deduce that

$$\frac{\pi^2}{8} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \text{------}$$

फोरिमर सिरिज निकालें जबकि

$f(x0 = (x)$ for $-\pi < x \pi$ एवं निम्नलिखित संबंध को ज्ञात करें।

$$\frac{\pi^2}{8} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \text{------}$$

11. Solve the following equation by Gauss Elimination method: **6**

$2x+3y+z=13;$

$x-y-2z = -1;$

$3x+y+4z=15$

गॉस एलिमिनेसन विधि से निम्नलिखित समीकरणों को हल करें–

$2x+3y+z=13;$

$x-y-2z = -1;$

$3x+y+4z=15$

(ii) $\int \cot x \, dx$ बराबर है–

(अ) log tan x+c

(ब) log sin x+c

(स) log cos x+c

(द) इनमें से कोई नहीं

(iii) $\int_{-1}^{1} \frac{|x|}{x} dx$ is equal to....

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) None of these

(iii) $\int_{-1}^{1} \frac{|x|}{x}$ बराबर है.....

(अ) 0

(ब) 1

(स) 2

(द) इनमें से कोई नहीं

(iv) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ is equal to......

(a) 1

(b) -2

(c) 2

(d) None of these

(iv) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ बराबर है

(अ) 1

(ब) −2

(स) 2

(द) इनमें से कोई नहीं

(v) $\int_{0}^{\infty} e^{-x} dx$ is equal to......

(a) -1

(b) 0

(c) 1

(d) None of these

(v) $\int_{0}^{\infty} e^{-x} dx$ बराबर है

(अ) −1

(ब) 0

(स) 1

(द) इनमें से कोई नहीं

OR(अथवा)

Using Laplace transform find the solution of
y''+9y = 6cos3t, given y(o) = 2, y'(0) = 0

लाप्लास ट्रान्सफॉर्म का प्रयोगकर हल करें–
y''+9y = 6cos3t, given y(o) = 2, y'(0) = 0

10. Obtain the fourier series to represent

$$f(x) = \frac{1}{4}(\pi - x)^2, 0<x<2\pi$$

Hence obtain the following relation

$$\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\text{---------}=\frac{\pi^2}{6}$$

6

फोरियर सिरिज निकालें जब

$$f(x) = \frac{1}{4}(\pi - x)^2, 0<x<2\pi$$

और निम्नलिखित सम्बन्धों को लिखें।

$$\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\text{---------}=\frac{\pi^2}{6}$$

8. Solve :

$$\sin^2 \frac{dy}{dx} + y = \cot x$$

हल करें– **6**

$$\sin^2 \frac{dy}{dx} + y = \cot x$$

OR(अथवा)

Solve :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{6x-2y-7}{2x+3y-6}$$

हल करें–

$$\frac{dy}{dx} = \frac{6x-2y-7}{2x+3y-6}$$

9. Using convolution theorem evaluate

$$L^{-1}\left\{ \frac{1}{(S-2)\,(S+2)^2} \right\};(S>0)$$

6

कन्भोलूशन प्रमेय का प्रयोग कर मान निकालें–

$$L^{-1}\left\{ \frac{1}{(S-2)\,(S+2)^2} \right\};(S>0)$$

(vi) $\int_0^a f(x)\,dx$ is equal to.......

(a) $\int_0^a f(a+x)\,dx$

(b) $\int_0^a f(x-a)\,dx$

(c) $\int_0^a f(a-x)\,dx$

(d) None of these

(vi) $\int_0^a f(x)\,dx$ बराबर है

(अ) $\int_0^a f(a+x)\,dx$

(ब) $\int_0^a f(x-a)\,dx$

(स) $\int_0^a f(a-x)\,dx$

(द) इनमें से कोई नहीं

(vii) The order and degree to the differential equation $x+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ is

(a) 2 & 2

(b) 1 & 2

(c) 1 & 4

(d) None of these

(vii) अवकल समीकरण $x+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ का कोटी एवं घात है..........

(अ) 2 & 2

(ब) 1 & 2

(स) 1 & 4

(द) इनमें से कोई नहीं

(viii) The solution of the differential equation $\frac{dy}{dx}=\sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}=0$ is.....

(a) $\sin^{-1}x+\sin^{-1}y=C$

(b) $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y=C$

(c) $\cot^{-1}x+\cot^{-1}y=C$

(d) None of these

(viii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}=\sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}=0$ का हल है

(अ) $\sin^{-1}x+\sin^{-1}y=C$

(ब) $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y=C$

(स) $\cot^{-1}x+\cot^{-1}y=C$

(द) इनमें से कोई नहीं

GROUP C

Answer all **Five** Questions.

6 x 5 = 30

सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें

7. Find the area intercepted by the line $y = x$ from the parabola $y^2 = 8x$

6

परवलय $y^2 = 8x$ से सरल रेखा $y = x$ द्वारा कटे भाग का क्षेत्रफल निकालें।

OR(अथवा)

AOB is a positive quadrant of the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ in which OA = a, OB = b Find the area between the chord AB and arc AB of the ellipse.

दीर्घ वृत्त $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ का AOB मान धनात्मक पाद है जहाँ OA = a एवं OB = b है तो दीर्घ वृत्त के जीवा AB एवं चाप AB के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$e^2t\cos^2t$ का लाप्लास ट्रान्सफॉर्म निकालें।

OR(अथवा)

Find the inverse laplace transform of

$$\left[\frac{4S-3}{S^2+9}\right]$$

का व्यूतक्रम लाप्लास ट्रान्सफॉर्म निकालें।

$$\left[\frac{4S-3}{S^2+9}\right]$$

6. Find a real root of the equation $x^2 - x - 1 = 0$ by using regular falsi method (Three Iteration only) **4**

रेगुलर फॉल्सी विधि का प्रयोग कर समीकरण $x^2 - x - 1 = 0$ का एक वास्तविक मूल ज्ञात करें। (तीन लगभग मान तक)

OR(अथवा)

Using Newton -Raphson method find a real root of the equation $x^3-2x-5=0$ (three iteration only)

न्यूटन –रैफ्सन विधि का प्रयोगकर समीकरण $x^3-2x-5=0$ का एक वास्तविक मूल ज्ञात करें। (तीन लगभग मान तक)

(ix) The orthogonal trajetories of $x^2 - y^2 = c^2$ is

(a) $x + y = c^2$

(b) $x - y = c^2$

(c) $xy = c^2$

(d) None of these

(ix) $x^2 - y^2 = c^2$ का समकोण प्रक्षेपण है–

(अ) $x + y = c^2$

(ब) $x - y = c^2$

(स) $xy = c^2$

(द) इनमें से कोई नहीं

(x) Which of the following is a homogeneous differential equation?

(a) $x\frac{dy}{dx} - y = 2x^2y$

(b) $(x^2+y^2)\frac{dy}{dx} = 2xy$

(c) $\frac{dy}{dx} = \sin(x+y)$

(d) None of these

(x) निम्नलिखित में से कौन समघात अवकल समीकरण है?

(अ) $x\frac{dy}{dx}-y = 2x^2y$

(ब) $(x^2+y^2)\frac{dy}{dx} = 2xy$

(स) $\frac{dy}{dx} = \sin(x+y)$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xi) The integrating factor of the differential equation $x\frac{dy}{dx}+3y = x$ is

(a) x

(b) x^2

(c) x^3

(d) None of these

(xi) अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx}+3y = x$ का समाकलन खण्ड है–

(अ) x

(ब) x^2

(स) x^3

(द) इनमें से कोई नहीं

OR(अथवा)

Prove that :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log\tan x dx = 0$$

सिद्ध करें:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log\tan x dx = 0$$

4. Solve : $x(y^2+1)dx + y(x^2+1)\,dy = 0$ **4**

हल करें– $x(y^2+1)dx + y(x^2+1)\,dy = 0$

OR(अथवा)

If the temperature of the body is changing from 100^0C to 70^0C in 15 minutes, find when the temperatures will be 40^0C, If the temperature of air is 30^0C

यदि 15 मिनट में पिण्ड का तापक्रम 100^0C से 70^0C हो जाता है तो बतावें कब तापक्रम 40^0C होगा यदि हवा का तापक्रम 30^0C हो।

5. Find the Laplace transform of $e^2t \cos^2 t$. **4**

P.T.O

GROUP B

Answer all **Five** Questions.

4 x 5 = 20

सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें

2. Integrate

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x+a} - \sqrt{x-a}}$$

समाकलन करें **4**

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x+a} - \sqrt{x-a}}$$

OR(अथवा)

Find the mean value of the function $y = 4-x^2$ over [0,2]

फलन $y = 4-x^2$ का mean value [0,2] में निकालें।

3. Evaluate :

$$\int_1^2 \frac{\log x}{x^2} dx$$

मान निकालें: **4**

$$\int_1^2 \frac{\log x}{x^2} dx$$

(xii) Laplace transform of 8 that is L{8} is equal to (when s>0)

(a) 8s

(b) $\frac{s}{8}$

(c) $\frac{8}{s}$

(d) None of these

(xii) 8 का लाप्लस ट्रांन्सफॉर्म अर्थात L{8} बराबर है (जब s>0)

(अ) 8s

(ब) $\frac{s}{8}$

(स) $\frac{8}{s}$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xiii) L{cos at } is equal to (When s>0, t ≥0)

(a) $\frac{s}{s^2+a^2}$

(b) $\frac{s}{s^2-a^2}$

(c) $\frac{s}{a^2-s^2}$

(d) None of these

(xiii) L{cos at }**बराबर है (जब** s>0, t ≥0) –

(अ) $\frac{s}{s^2+a^2}$

(ब) $\frac{s}{s^2-a^2}$

(स) $\frac{s}{a^2-s^2}$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xiv) $L^{-1}\{\frac{1}{s-a}\}$ is equal to (when s>0, t ≥ 0)

(a) e^{at}

(b) e^{-at}

(c) $\frac{e^t}{a}$

(d) None of these

(xiv) $L^{-1}\{\frac{1}{s-a}\}$ **बराबर है: (जब** s>0, t ≥ 0)

(अ) e^{at}

(ब) e^{-at}

(स) $\frac{e^t}{a}$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xx) Approximate root of the equation f(x) =0 is....................obtained by

(a) Gauss elimination method

(b) Jacobi's Ileration method

(c) Regular falsi method

(d) None of these

(xx) **समीकरण** f(x) =0 **के मूल का लगभग मान............से निकाला जा सकता है।**

(अ) गॉस एलिमिनेशन विधि

(ब) जैकोबी हइरेशन विधि

(स) रेगूला फोल्सी विधि

(द) इनमें से कोई नही

(xviii) समीकरण $x^3+3x-7=0$ का एक मूल इन्टरभल (1,2) में है। फॉल्स पोजिसन विधि का एक बार प्रयोग करने के बाद निम्नलिखित लगभग मूल होंगें।

(अ) 1.2
(ब) 1.3
(स) 1.4
(द) इनमें से कोई नहीं

(xix) If f(x) =0 is an algebraic equation then Newton Raphson method is gives by:

$x_{nH} = x_n - \frac{f(x_n)}{?}$ Find the missing term (?)

(a) $f(x_{n-1})$

(b) $f^1(x_{n-1})$

(c) $f^1(x_n)$

(d) None of these

(xix) यदि बीज गणितीय समीकरण f(x) =0 है तब न्यूटन रैफ्सन विधि है–

$x_{nH} = x_n - \frac{f(x_n)}{(?)}$ (?) खाली पद को ज्ञात करें।

(अ) $f(x_{n-1})$
(ब) $f^1(x_{n-1})$
(स) $f^1(x_n)$
(द) इनमें से कोई नहीं।

(xv) If $L^{-1}\{f(s)\} = f(t)$then $L^{-1}\{f(s-a)\}$ is equal to (When s>0; $t \geq 0$)

(a) $\frac{e^{at}}{a} L^{-1}\{f(s)\}$

(b) $\frac{e^{at}}{t} L^{-1}\{f(s)\}$

(c) $e^{at} L^{-1}\{f(s)\}$

(d) None of these

(xv) यदि $L^{-1}\{f(s)\} = f(t)$ तथा $L^{-1}\{f(s-a)\}$ बराबर है (जब s.0; $t \geq 0$)

(अ) $\frac{e^{at}}{a} L^{-1}\{f(s)\}$

(ब) $\frac{e^{at}}{t} L^{-1}\{f(s)\}$

(स) $e^{at} L^{-1}\{f(s)\}$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xvi) For the Fourier series $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + \sum_{n=1}^{\infty} bn \sin nx$. The Fourier coefficient b_n is equal to............

(a) $\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)dx$

(b) $\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos nx dx$

(c) $\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin nx dx$

(d) None of these

(xvi) फोरियर सेरिज $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + \sum_{n=1}^{\infty} bn \sin nx$ के लिए फोरियर गुणांक बराबर है–

(अ) $\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)dx$

(ब) $\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos nx dx$

(स) $\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin nx dx$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xvii) At least one real root of the equation $x^3-x+4=0$ lies between.

(a) 0 & 1

(b) 1 & 2

(c) 2 & 3

(d) None of these

(xvii) समीकरण $x^3-x+4=0$ का कम से कम एक वास्तविक मूल निम्नलिखित के बीच होगा

(अ) 0 & 1

(ब) 1 & 2

(स) 2 & 3

(द) इनमें से कोई नहीं

(xviii) In the equation $x^3+3x-7=0$ has a root in the interval (1,2), a single application of the false position method gives the following approximation for the root.

(a) 1.2

(b) 1.3

(c) 1.4

(d) None of these

P.T.O