

OR(अथवा)

(a) Integrate :

$$\int \left[\frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x}} \right] dx$$

(b) Integrate from the first principles.

$$\int_0^1 ex . dx$$

(अ) समाकलन करें

$$\int \left[\frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x}} \right] dx$$

(ब) प्रथम सिद्धान्तों से समकालन करें।

$$\int_0^1 ex . dx$$

10. (a) Solve the following differential equation

$$x \sqrt{1 - y^2} . dx + y \sqrt{1 - x^2} . dy = 0$$

(b) Solve the following differential equation.

$$(D^2 - 2D + 1) y = e^{3x}$$

8

(अ) निम्न अवकल समीकरण को हल करें।

$$x \sqrt{1 - y^2} . dx + y \sqrt{1 - x^2} . dy = 0$$

(ब) निम्न अवकल समीकरण को हल करें।

$$(D^2 - 2D + 1) y = e^{3x}$$

2019(Even)

Time : 3Hrs.

Sem - I / II
EM - II

Full Marks : 80**Pass Marks : 26**

Answer all 20 questions from Group A, each question carries 1 marks.

ग्रुप-А से सभी 20 प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान 1 अंक है।
Answer all Five questions from Group B, each question carries 4marks.

ग्रुप-B से सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान 4 अंक है।
Answer all Five questions from Group C, each question carries 8 marks.

ग्रुप-C से सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान 8 अंक है।
All parts of a question must be answered at one place in sequence, otherwise they may not be evaluated.

एक प्रश्न के सभी अंशों का उत्तर एक ही जगह (लगातार क्रम में) होना चाहिए, अन्यथा वे जाँचे नहीं जा सकते हैं।

*The figure in right hand margin indicate marks.
 दाँईं पार्श्व के अंक पूर्णांक के सूचक हैं।*

P.T.O

- (a) Find the area of the region bounded by the parabola $y^2 = 4ax$, its axis and two ordinates $x = 4$, $x = 9$

(a) Differentiate: $\int \sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x \cdot dx$

ordinate $x = 4$, $x = 9$

parabola $y^2 = 4ax$, its axis and two

- (b) Find the area of the region bounded by the

9. (a) Integrate: $\int \sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x \cdot dx$

(a) $\frac{dy}{dx}$ when $(\sin y)^x = (\cos x)^y$

Find the value of

(a) $\int x^3 - 2x^2 + x + 6 \, dx$

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ when $(\sin y)^x = (\cos x)^y$

$$x^3 - 2x^2 + x + 6$$

- (a) Find the maximum and minimum values of

OR (39a)

1. Choose the most suitable answer from the following options:

1x20=20

GROUP - A

differentiate w.r.t. x if $y = \sin x$:

(i) The range of the function $y = \sin^{-1} x$ is

(d) None of these

$$(c) 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$$

$$(b) -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$$

$$(a) -\pi \leq y \leq \pi$$

(i) $y = \sin^{-1} x$ if differentiate

$$(iii) -\pi \leq y \leq \pi$$

$$(iv) \frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$(v) 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$$

$$(vi) \frac{-\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$$

(ii) The domain of the function $y = \frac{1+x^2}{x^2}$ is

$$(a) [-\infty, \infty]$$

$$(b) [0, \infty]$$

$$(c) [-\infty, 0]$$

$$(d) \text{None of these}$$

OR(अथवा)

(a) Find the points on the curve $y = x^3 - 2x^2 + x - 2$ where tangents are parallel to the x - axis

(b) If $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, find $\frac{dy}{dx}$

(अ) वक्र $y = x^3 - 2x^2 + x - 2$ पर उन बिन्दुओं को मालूम करें जिन पर की स्पर्श रेखाएँ x - अक्ष के समान्तर हो।

(ब) यदि $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ तो $\frac{dy}{dx}$ निकालें

8. (a) if $u = \tan^{-1} \left[\frac{x^3 + y^3}{x - y} \right]$ then show that 8

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$

(b) Find $\frac{dy}{dx}$, when $y \sin \sqrt{x} + \cos^2 \sqrt{x}$

(अ) यदि $u = \tan^{-1} \left[\frac{x^3 + y^3}{x - y} \right]$ तब दिखलाएँ कि

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$

(ब) $\frac{dy}{dx}$ निकाले जब $y \sin \sqrt{x} + \cos^2 \sqrt{x}$

(ii) फलन $y = \frac{x^2}{1+x^2}$ का प्रभाव क्षेत्र होगा

(अ) $]-\infty, \infty[$

(ब) $]0, \infty[$

(स) $]-\infty, 0[$

(द) इनमें से कोई नहीं

(iii) The value of $\lim_{x \rightarrow 3} \left[\frac{x^2 - 9}{x - 3} \right]$ is

(a) 9

(b) 6

(c) 3

(d) None of these

(iii) $\lim_{x \rightarrow 3} \left[\frac{x^2 - 9}{x - 3} \right]$ का मान होगा

(अ) 9

(ब) 6

(स) 3

(द) इनमें से कोई नहीं

(iv) The differential coefficient of $\tan x^0$ is

(a) $\sec^2 x^0$

(b) $\frac{\pi}{180} \sec^2 x^0$

(c) $-\frac{\pi}{180} \sec^2 x^0$

(d) None of these

7. (a) If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, Prove that $x^2 y'' + xy' + y = 0$

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ when $x^2 y'' = \sin xy$

(c) If $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin xy}{x^2 y'' + xy'}$ then $\frac{d^2y}{dx^2} = \sin xy$

(d) If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, then $\frac{d^2y}{dx^2} = \sin xy$

$5x8 = 40$

Answer all Five Questions.

GROUP - C

नमांगणक विषय

$$\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b} + 3\overrightarrow{c}, 2\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b} - 4\overrightarrow{c}, \text{ and } -7\overrightarrow{b} + 10\overrightarrow{c}$$

$$\overrightarrow{A} = \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}, \overrightarrow{B} = 2\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b} - 4\overrightarrow{c}, \overrightarrow{C} = \overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b} + 3\overrightarrow{c}$$

$$\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b} + 3\overrightarrow{c}, 2\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b} - 4\overrightarrow{c}, \text{ and } -7\overrightarrow{b} + 10\overrightarrow{c}$$

Prove that the three points

are collinear.

OR(सवाल)

(iv) $\tan x_0 \frac{d}{dx} \sin x_0 \frac{d}{dx} \sin x_0$

(iii) $\sec^2 x_0$

(ii) $\frac{180}{\pi} \sec^2 x_0$

(i) $-\frac{180}{\pi} \sec^2 x_0$

(v) The value of $D_n(e_{\max})$ is

(a) e_{\max}

(b) $m_{\max} \cdot e_{\max}$

(c) $n_{\max} \cdot e_{\max}$

(d) None of these

(v) $D_n(e_{\max})$ का मूल्य है

(iii) e_{\max}

(ii) $m_{\max} \cdot e_{\max}$

(i) $n_{\max} \cdot e_{\max}$

5. Solve the following differential equation

4

$$\frac{dy}{dx} + \sec^2 x \cdot y = \tan x \cdot \sec^2 x$$

निम्नांकित अवकल समीकरण को हल करें।

$$\frac{dy}{dx} + \sec^2 x \cdot y = \tan x \cdot \sec^2 x$$

OR(अथवा)

Solve the following differential equation:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$$

निम्न अवकल समीकरण को हल करें :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$$

6. The position vectors of the points P, Q, R and S are respectively $(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$, $(2\vec{i} + 5\vec{j})$, $(3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k})$ and $(\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k})$

Prove that \vec{PQ} and \vec{RS} are parallel.

4

बिन्दु P, Q, R और S के स्थिति –सदिश क्रमशः

$$(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}), (2\vec{i} + 5\vec{j}), (3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}) \text{ तथा}$$

$$(\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k}) \text{ हैं।}$$

सिद्ध करें कि \vec{PQ} तथा \vec{RS} समानान्तर हैं।

- (vi) If $u = \tan^{-1} \left(\frac{x}{y} \right)$, then the value of $\frac{\partial u}{\partial x}$ is

(a) $\frac{y^2}{x^2 + y^2}$

(b) $\frac{y}{x^2 + y^2}$

(c) $\frac{1}{x^2 + y^2}$

(d) None of these

- (vi) यदि $u = \tan^{-1} \left(\frac{x}{y} \right)$ हो तो $\frac{\partial u}{\partial x}$ का मान होगा

(अ) $\frac{y^2}{x^2 + y^2}$

(ब) $\frac{y}{x^2 + y^2}$

(स) $\frac{1}{x^2 + y^2}$

(द) इनमें से कोई नहीं

- (vii) The slope of the curve $y^2 = x$ at the point

(1, 2) is

(a) 1/3

(b) 1/2

(c) 1/4

(d) None of these

- (xx) यदि $\vec{I} - 2\vec{J} + \lambda\vec{K}$ और $-2\vec{I} + 4\vec{J} + 2\vec{K}$ परस्पर लम्ब सदिश हो तो λ का मान होगा।
 (अ) 0
 (ब) 5
 (स) -5
 (द) इनमें से कोई नहीं

GROUP BAnswer all **Five** Questions.

5x4=20

सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें।

2. Find

4

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1+x}}{x} \right]$$

मान निकालें

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1+x}}{x} \right]$$

OR(अथवा)

Prove that the function

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{when } x \neq 1 \\ 2 & \text{when } x = 1 \end{cases}$$

is discontinuous at $x = 1$

दिखलाएँ कि फलन

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{when } x \neq 1 \\ 2 & \text{when } x = 1 \end{cases}$$

 $x = 1$ पर असंतत है।

- (ix) If $f(x)$ is an even function then $\int_{-a}^a f(x)dx$ is.....
 (a) 2
 (b) 0
 (c) $2 \int_0^a f(x)dx$
 (d) None of these

- (ix) यदि $f(x)$ एक सम फलन हो तो $\int_{-a}^a f(x)dx$ का मान होगा

- (अ) 2
 (ब) 0
 (स) $2 \int_0^a f(x)dx$
 (द) इनमें से कोई नहीं

- (x) The value of $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ is
 (a) $\pi/2$
 (b) $\pi/4$
 (c) 0
 (d) None of these

- (x) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ का मान होगा।

- (अ) $\pi/2$
 (ब) $\pi/4$
 (स) 0
 (द) इनमें से कोई नहीं

- (xi) The value of $\int \log x \, dx$ is.
- (a) $x \log x - 1 + c$
 (b) $x(\log x - 1) + c$
 (c) $x \log x + c$
 (d) None of these
- (xviii) $\underset{\leftarrow}{i} \cdot \underset{\leftarrow}{i} + \underset{\leftarrow}{j} \cdot \underset{\leftarrow}{j} + \underset{\leftarrow}{k} \cdot \underset{\leftarrow}{k}$ \Rightarrow
- (a) 0
 (b) 3
 (c) -3
 (d) None of these
- (xix) The modulus of the vector $\underset{\leftarrow}{7i} - \underset{\leftarrow}{2j} + \underset{\leftarrow}{k}$ is .
- (a) $3\sqrt{3}$
 (b) $3\sqrt{6}$
 (c) $3\sqrt{5}$
 (d) None of these
- (xx) The vectors $\underset{\leftarrow}{-2i} + \underset{\leftarrow}{jk}$ and $\underset{\leftarrow}{-2i} + \underset{\leftarrow}{4j} + \underset{\leftarrow}{2k}$ are mutually perpendicular then the value of k is
- (a) 0
 (b) 5
 (c) -5
 (d) None of these
- (xxi) If the vectors $\underset{\leftarrow}{i} - \underset{\leftarrow}{2j} + \underset{\leftarrow}{jk}$ and $\underset{\leftarrow}{-2i} + \underset{\leftarrow}{4j} + \underset{\leftarrow}{2k}$ are perpendicular to $y =$ axis is .
- (a) $\int_a^c x^2 \cdot dy$
 (b) $\int_d^c x \cdot dy$
 (c) $\int_b^a y \cdot dx$
 (d) None of these
- (xxii) The area enclosed between the curve $y = f(x)$, $y -$ axis and two lines $y = c$, $y = d$ perpendicular to $y =$ axis is .

(xvii) Direction cosines of $\vec{a} = 3\vec{i} + 12\vec{j} + 4\vec{k}$
are

- (a) $\left(\frac{3}{13}, \frac{12}{19}, \frac{4}{13} \right)$
- (b) $\left(\frac{3}{13}, \frac{12}{13}, \frac{4}{13} \right)$
- (c) $\left(\frac{3}{19}, \frac{12}{19}, \frac{4}{19} \right)$
- (d) None of these

(xviii) $\vec{a} = 3\vec{i} + 12\vec{j} + 4\vec{k}$ की दिशा कोज्या
..... है।

- (अ) $\left(\frac{3}{13}, \frac{12}{19}, \frac{4}{13} \right)$
- (ब) $\left(\frac{3}{13}, \frac{12}{13}, \frac{4}{13} \right)$
- (स) $\left(\frac{3}{19}, \frac{12}{19}, \frac{4}{19} \right)$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xviii) The value of $\vec{i} \cdot \vec{i} + \vec{j} \cdot \vec{j} + \vec{k} \cdot \vec{k}$ is.
 (a) 0
 (b) 3
 (c) -3
 (d) None of these

(xii) वक्र $y = f(x)$, y - अक्ष तथा y - अक्ष पर लम्ब दो रखाओं $y = c$, $y = d$ द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा

- (अ) $\int_c^d x^2 \cdot dy$
- (ब) $\int_c^d x \cdot dy$
- (स) $\int_a^b y \cdot dx$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xiii) The order and degree of the differential equation $1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^3$ is
 (a) 1 and 3
 (b) 3 and 1
 (c) 2 and 3
 (d) None of these

(xiii) अवकल समीकरण $1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^3$ का कोटि एवं घात है।
 (अ) 1 और 3
 (ब) 3 और 1
 (स) 2 और 3
 (द) इनमें से कोई नहीं

$$x = \frac{xp}{\lambda p} \text{לטנקיין לפקולס} \quad (\text{ילא} x)$$

(xvi) Solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = y$ is.

(a) $y = e^{x+k}$

(b) $y = 10^g x + k$

(c) $x = e^{y+k}$

(d) None of these

(۳۱) $y'' - 4y' + 4y = 0$ دیفرانسیل معادله

(۳۲) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x}$ جواب

(۳۳) $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$ جواب

(۳۴) $y = (C_1 + C_2 x)e^{2x}$ جواب

(۳۵) $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x}$ جواب

(xv) The general solution of the differential equation $(D^2 - 4D + 4)y = 0$ is

- $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{4x}$
- $y = c_1 e^x + c_2 e^{2x}$
- $y = (c_1 + c_2 x) e^{2x}$
- None of these

$$0 = \lambda m + \frac{xp}{\lambda p} \quad (\text{E})$$

$$0 = \frac{xp}{\lambda p} - \frac{\zeta xp}{\lambda \zeta p} x \quad (\text{B})$$

$$0 = \frac{xp}{\lambda p} - \frac{\zeta xp}{\lambda \zeta p} \quad (\text{E})$$

○ ለስተቀበዎች የቅርቡ ተቀብያ ይችል ተቀብያ ይችል

(xvi) The differential equation of the family of curves $y = mx^2 + c$, where m and c are arbitrary constants is.

(a) $\frac{dy}{dx} - \frac{2x}{y} = 0$

(b) $\frac{dy}{dx} - \frac{x^2}{y} = 0$

(c) $\frac{dy}{dx} + \frac{xy}{y^2} = 0$

(d) None of these

OR(अथवा)

(a) Solve the following differential equation

$$\frac{dy}{dx} = \left[\frac{2(x+y) - 1}{x+y+1} \right]$$

(b) Solve the following differential equation

$$(1+xy)y\,dx + (1-xy)x\,dy = 0$$

(अ) निम्न अवकल समीकरण को हल करें।

$$\frac{dy}{dx} = \left[\frac{2(x+y) - 1}{x+y+1} \right]$$

(ब) निम्न अवकल समीकरण का हल करे।

$$(1+xy)y\,dx + (1-xy)x\,dy = 0$$

11. (a) If $\vec{1} \cdot \vec{a} = 1, \vec{1} \cdot \vec{b} = 2, \vec{1} \cdot \vec{c} = 3$ and 8
 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, then show that
 $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = -7$

(b) Prove that

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$$

(a) Solve the following differential equation

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2(x+y) - 1}{x+y+1}$$

(b) Solve the following differential equation

$$(1+xy)y\,dx + (1-xy)x\,dy = 0$$

(अ) निम्न अवकल समीकरण को हल करें।

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2(x+y) - 1}{x+y+1}$$

(ब) निम्न अवकल समीकरण का हल करे।

$$(1+xy)y\,dx + (1-xy)x\,dy = 0$$

11. (a) If $\vec{1} \cdot \vec{a} = 1, \vec{1} \cdot \vec{b} = 2, \vec{1} \cdot \vec{c} = 3$ and 8
 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, then show that
 $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = -7$

(b) Prove that

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$$

$$\begin{aligned}
 & c = 3i + Kj = 5k \quad \text{தொகையாக இல்லை} \\
 & a = 2i - j + k, b = i + 2j - 3k \quad \text{மற்றும்} \\
 & \text{(a) } K \neq 0 \text{ என்ற பின்னால் } a \times b = b \times c = c \times a \\
 & \text{(b) } a + b + c = 0 \text{ என்ற பின்னால் } a \times b = b \times c = c \times a
 \end{aligned}$$

(b) Find the value of K so that the vectors.

$c = 3i + Kj = 5k$ are coplanar.
 $a = 2i - j + k, b = i + 2j - 3k$ and

$$\begin{aligned}
 & a \times b = b \times c = c \times a \\
 & \text{(a) If } a + b + c = 0 \text{ prove that}
 \end{aligned}$$

OR(நடவடிக்கை)

$$\begin{aligned}
 & a \times (b \times c) + b \times (c \times a) + c \times (a \times b) = 0 \\
 & \text{(a) நடவடிக்கை}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a = -7 \\
 & a + b + c = 0, \text{ என்ற பின்னால் } \\
 & \text{(a) நடவடிக்கை}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & c = 3i + Kj = 5k \quad \text{தொகையாக இல்லை} \\
 & a = 2i - j + k, b = i + 2j - 3k \quad \text{மற்றும்} \\
 & \text{(a) } K \neq 0 \text{ என்ற பின்னால் } a \times b = b \times c = c \times a \\
 & \text{(b) } a + b + c = 0 \text{ என்ற பின்னால் } a \times b = b \times c = c \times a
 \end{aligned}$$

(b) Find the value of K so that the vectors.

$c = 3i + Kj = 5k$ are coplanar.
 $a = 2i - j + k, b = i + 2j - 3k$ and

$$\begin{aligned}
 & a \times b = b \times c = c \times a \\
 & \text{(a) If } a + b + c = 0 \text{ prove that}
 \end{aligned}$$

OR(நடவடிக்கை)

$$\begin{aligned}
 & a \times (b \times c) + b \times (c \times a) + c \times (a \times b) = 0 \\
 & \text{(a) நடவடிக்கை}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a = -7 \\
 & a + b + c = 0, \text{ என்ற பின்னால் } \\
 & \text{(a) நடவடிக்கை}
 \end{aligned}$$
