2017 (Odd)

Time : 3 Hrs. **Sem. I / II**

Engg. Maths

Full Marks : 80
Pass Marks : 26

*Answer **all 20** Questions from **Group-A,** each question carries **1** mark.*

ग्रुप–*A* से **सभी** प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान ***1*** **अंक** है।

*Answer **all five** questions from **Group-B,** each question carries 4 marks.*

ग्रुप–*B* से **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान ***4*** **अंक** है।

*Answer **all five** questions from **Group-C,** each question carries 8 marks.*

ग्रुप–*C* से **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान ***8*** **अंक** है।

All parts of a question must be answered at one place

in sequence, otherwise they may not be evaluated.

एक प्रश्न के सभी अंशो का उत्तर एक ही जगह (लगातार क्रम में) होना चाहिए, अन्यथा वे नहीं जाँचे जा सकते हैं।

The figures in right hand margin indicate full marks

दाएँ पार्श्व के अंक पूर्णांक के सूचक हैं।

GROUP-A

1. Choose the most suitable answer from the following options.
(सर्वाधिक उपर्युक्त विकल्प को चुनकर लिखें) :-

(i) The domain of the function $y = \sqrt{1-x^2}$ is

(a)] -1, 1[

(b) [-1, 1]

(c) [0, 1]

(d) None of these

(i) फलन $y = \sqrt{1-x^2}$ का प्रभाव क्षेत्र है :-

(अ)] -1, 1[

(ब) [-1, 1]

(स) [0, 1]

(द) इनमें से कोई नहीं।

(ii) The range of the function $y = \sin^{-1} x$

(a) $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ (b) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

(c) $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ (d) None of these

(ii) फलन $y = \sin^{-1} x$ का परिसर है

(अ) $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ (ब) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

(स) $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ (द) इनमें से कोई नहीं।

(iii) The value of $\lim_{\theta \to 0} \left[\frac{\sin a\ \theta}{\tan b\ \theta}\right]$ is

(a) $\frac{a}{b}$

(b) $\frac{b}{a}$

(c) $a\ b$

(d) none of these

(iii) $\lim_{\theta \to 0} \left[\frac{\sin a\ \theta}{\tan b\ \theta}\right]$ का मान है

(अ) $\frac{a}{b}$

(ब) $\frac{b}{a}$

(स) $a\ b$

(द) इनमें से कोई नहीं।

(iv) The value of $\lim_{x \to O} (1+x)^{1/x}$ is

(a) $\frac{1}{e}$ (b) e

(c) $\frac{1}{x}$ (d) None of these

(iv) $\underset{x \to O}{Lt} (1+x)^{1/x}$ का मान है

(अ) $\frac{1}{e}$ (ब) e

(स) $\frac{1}{x}$ (द) इनमें से कोई नहीं

(v) The differential coefficient of $\tan x^0$ is

(a) $\sec^2 x^0$ (b) $-\left(\frac{\pi}{180}\right)\sec^2 x^0$

(c) $\left(\frac{\pi}{180}\right)\sec^2 x^0$ (d) None of these

(v) $\tan x^0$ का अवकल गुणांक है

(अ) $\sec^2 x^0$ (ब) $-\left(\frac{\pi}{180}\right)\sec^2 x^0$

(स) $\left(\frac{\pi}{180}\right)\sec^2 x^0$ (द) इनमें से कोई नहीं।

(vi) The slope of the curve $x^2 + y^2 = 9$ at the point (1, 2) is

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 2

(c) $-\frac{1}{2}$ (d) None of these

(vi) बिन्दु (1, 2) पर वक्र $x^2 + y^2 = 9$ का ढ़ाल है

(अ) $\frac{1}{2}$ (ब) 2

(स) $-\frac{1}{2}$ (द) इनमें से कोई नहीं।

(vii) The Value of $D^n e^{mx}$ is

(a) $n^m + e^{mx}$

(b) $m^n e^{mx}$

(c) e^{mx}

(d) None of these

(vii) $D^n e^{mx}$ का मान है

(अ) $n^m + e^{mx}$

(ब) $m^n e^{mx}$

(स) e^{mx}

(द) इनमें से कोई नहीं।

(viii) If $u = \tan^{-1}\frac{x}{y}$ then the value of $\frac{\partial u}{\partial x}$ is

(a) $y^2 \big/ \left(x^2 + y^2\right)$ (b) $x \big/ \left(x^2 + y^2\right)$

(c) $y/(x^2+y^2)$ (d) None of these

(viii) यदि $u = \tan^{-1}\frac{x}{y}$ हो तो $\frac{\partial u}{\partial x}$ का मान है

(अ) $y^2/(x^2+y^2)$ (ब) $x/(x^2+y^2)$

(स) $y/(x^2+y^2)$ (द) इनमें से कोई नहीं।

(ix) The value of $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx$ is.

(a) $\pi/2$ (b) $\pi/4$

(c) $\pi/6$ (d) None of these

(ix) $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx$ का मान है

(अ) $\pi/2$ (ब) $\pi/4$

(स) $\pi/6$ (द) इनमें से कोई नहीं।

(x) If $f(x)$ is an even function then the value of $\int_{-a}^{a} f(x)\cdot dx$ is

(a) 0 (b) $2\int_o^a f(x)\cdot dx$

(c) 1 (d) None of these

(x) यदि $f(x)$ एक सम फलन हो तो $\int_{-a}^{a} f(x)\cdot dx$ का मान है

(अ) 0 (ब) $2\int_o^a f(x)\cdot dx$

(स) 1 (द) इनमें से कोई नहीं।

(xi) The value of $\int_o^\infty e^{-x}\cdot dx$ is.

(a) o

(b) e

(c) I

(d) None of these

(xi) $\int_o^\infty e^{-x}\cdot dx$ का मान है :

(अ) o

(ब) e

(स) I

(द) इनमें से कोई नहीं।

(xii) The area of the region bounded by two curves $x=\varphi(y),\ \ x=\psi(y)$ and the two lines $y=c,\ \ y=d$ perpendicular to y-axis is

(a) $\int_c^d \{\phi(y)+\psi(y)\}dy$ (b) $\int_c^d \{\phi(y)-\psi(y)\}\cdot dy$

(c) $\phi(d)-\phi(c)$ (d) None of these

(xii) दो वक्र $x=\varphi(y),\ \ x=\psi(y)$ तथा y-अक्ष पर लम्ब दो रेखाओ $y=c,\ \ y=d$ से घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल है।

(अ) $\int_c^d \{\phi(y)+\psi(y)\}dy$ (ब) $\int_c^d \{\phi(y)-\psi(y)\}\cdot dy$

(स) $\phi(d)-\phi(c)$ (द) इनमें से कोई नहीं।

(xiii) The differential equation of the curve $y=a\cos(nx+b)$, where m, a and b are arbitrary constant is .

(a) $\frac{d^2y}{dx^2}+n^2y=0$ (b) $\frac{d^2y}{dx^2}-n^2y=0$

(c) $\frac{d^3y}{dx^3}+n^3y=0$ (d) None of these

(xiii) वक्र $y=a\cos(nx+b)$, जहाँ m, a और b स्वेच्छा स्थिरांक है का अवकल समीकरण है

(अ) $\frac{d^2y}{dx^2}+n^2y=0$ (ब) $\frac{d^2y}{dx^2}-n^2y=0$

(स) $\frac{d^3y}{dx^3}+n^3y=0$ (द) इनमें से कोई नहीं।

(xiv) The order and degree of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)+x^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^3=0$ is

(a) 1 and 3

(b) 2 and 1

(c) 2 and 4

(d) None of these

(xiv) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)+x^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^3=0$ का कोटि तथा घात है

(अ) 1 और 3

(ब) 2 और 1

(स) 2 और 4

(द) इनमें से कोई नहीं।

(xv) Solution of differential equation $\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+y=0$ is

(a) $y=(c_1+c_2x)e^x$

(b) $y=(c_1+c_2)e^x$

(c) $y=(c_1+c_2x)e^{2x}$

(d) None of these

(xv) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+y=0$ का हल होगा

(अ) $y=(c_1+c_2x)e^x$

(ब) $y=(c_1+c_2)e^x$

(स) $y=(c_1+c_2x)e^{2x}$

(द) इनमें से कोई नहीं।

(xvi) The integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx}+p(x)\cdot y=Q(x)$ is

(a) $\int_e p(x)\cdot dy$ (b) $\int_e p(x)\cdot dx$

(c) $\int_e p(y)\cdot dx$ (d) None of these

(xvi) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}+p(x)\cdot y=Q(x)$ का integrating factor है

(अ) $\int_e p(x)\cdot dy$ (ब) $\int_e p(x)\cdot dx$

(स) $\int_e p(y)\cdot dx$ (द) इनमें से कोई नहीं

(xvii) If $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}-3\vec{k},\vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ then the value of $\vec{a}\cdot\vec{b}$ is.

(a) 0 (b) 2

(c) 3 (d) None of these

(xvii) यदि $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}-3\vec{k},\vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ हो तो $\vec{a}\cdot\vec{b}$ का मान है

(अ) 0 (ब) 2

(स) 3 (द) इनमें से कोई नहीं।

(xviii) If $\vec{a}=3\vec{i}+4\vec{j}-5\vec{k},\ \vec{b}=7\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$ then the value of $|\vec{a}+\vec{b}|$ is

(a) $\sqrt{119}$ (b) $\sqrt{117}$

(c) $\sqrt{131}$ (d) None of these

(xviii) यदि $\vec{a}=3\vec{i}+4\vec{j}-5\vec{k},\ \vec{b}=7\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$ हो तो $|\vec{a}+\vec{b}|$ का मान है

(अ) $\sqrt{119}$ (ब) $\sqrt{117}$

(स) $\sqrt{131}$ (द) इनमें सें कोई नहीं

(xix) If $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ be coplanar, then which of the following is the value of $[\vec{a},\vec{b},\vec{c}]$

(a) 1 (b) 0

(c) -1 (d) None of these

(xix) यदि $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ एकतलीय हो तब निम्नांकित में से कौन सा $\left[\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right]$ का मान होगा

(अ) 1 (ब) 0

(स) -1 (द) इनमें से कोई नहीं

(xx) If $\vec{A}=2\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k},\ \vec{B}=6\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}$ then the value of $\left|\vec{A}\right|+\left|\vec{B}\right|$ is

(a) 10

(b) 11

(c) 12

(d) None of these

(xx) यदि $\vec{A}=2\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k},\ \vec{B}=6\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}$ हो तब $\left|\vec{A}\right|+\left|\vec{B}\right|$ का मान है

(अ) 10

(ब) 11

(स) 12

(द) इनमें से कोई नहीं

GROUP-B

Answer all ***five questions :*** ***4 x 5 = 20***

सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें।

2. Find $\underset{x\to\infty}{Lt}\left(\frac{1^3}{n^4}+\frac{2^3}{n^4}+\frac{3^3}{n^4}+---+\frac{n^3}{n^4}\right)$

$\underset{x\to\infty}{Lt}\left(\frac{1^3}{n^4}+\frac{2^3}{n^4}+\frac{3^3}{n^4}+---+\frac{n^3}{n^4}\right)$ का मान निकालें **4**

OR (अथवा)

If $f(x)=\left(\frac{x^2-3x+2}{x-2}\right)$ When $x\neq 2$ =p when $x=2$ and $f(x)$ is contineous at $x=2$, find the value of p.

यदि $f(x)=\left(\frac{x^2-3x+2}{x-2}\right)$ जब $x\neq 2$ =p जब $x=2$ और $x=2$ पर $f(x)$ संतत है तो का p मान निकालें **4**

3. Find differential Co-efficient of $\sin^2 x$ from the first principle.

प्रथम सिद्धान्त से $\sin^2 x$ का अवकल गुणांक निकालें। **4**

OR (अथवा)

The rate of increase of the perimeter varies inversely as the radius, if the area of the circle increases at a uniform rate. Prove it.

यदि किसी वृत का क्षेत्रफल समरूप दर से बढ़ता है तो सिद्ध करें कि उसके परिमाप की वृद्धि की दर, उसकी त्रिज्या के प्रतीप विचरण करती है। 4

4. Find $\int_o^{\pi} x \cdot \sin^2 x \cdot dx$

$\int_o^{\pi} x \cdot \sin^2 x \cdot dx$ का मान निकालें। 4

OR (अथवा)

Find $\int_o^{\pi/2} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} \cdot dx$

$\int_o^{\pi/2} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} \cdot dx$ का मान निकालें। 4

5. Solve the following differential equation: $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$

निम्नांकित अवकल समीकरण को हल करें: $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ 4

OR (अथवा)

Solve the following differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x^2}$

निम्नांकित अवकल समीकरण को हल करें: $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x^2}$ 4

6. Prove that the vectors $2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{i} - 3\vec{j} - 5\vec{k}$ and $3\vec{i} - 4\vec{j} - 4\vec{k}$ form a right - angled triangle.

सिद्ध कीजिए कि सदिश $2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{i} - 3\vec{j} - 5\vec{k}$ और $3\vec{i} - 4\vec{j} - 4\vec{k}$ एक समकोण त्रिभुज बनाते हैं। 4

OR (अथवा)

If the position vectors of P,Q,R,S respectively $2\vec{i} + 4\vec{k}$, $5\vec{i} + 3\sqrt{3}\vec{j} + 4\vec{k}$, $-2\sqrt{3}\vec{j} + \vec{k}$, $2\vec{i} + \vec{k}$ prove that RS is parallel to PQ

यदि P,Q,R,S के स्थिति-सदिश क्रमशः $2\vec{i} + 4\vec{k}$, $5\vec{i} + 3\sqrt{3}\vec{j} + 4\vec{k}$, $-2\sqrt{3}\vec{j} + \vec{k}$, $2\vec{i} + \vec{k}$ हो तो सिद्ध करें कि RS,PQ के समानान्तर है 4

GROUP-C

Answer all ***Five questions :*** ***5 x 8 = 40***

सभी पाँच प्रश्नो के उत्तर दें।. :

7. (a) If $y = (x^2 - 1)^n$ prove that

$$(x^2 - 1)y_{n+2} + 2xy_{n+1} - n(n+1)yn = 0$$

(b) Find $\frac{dy}{dx}$,when $y = \cos\sqrt{\sin\sqrt{x}}$

(अ) यदि $y=(x^2-1)^n$ तो साबित करें कि

$(x^2-1)y_{n+2}+2xy_{n+1}-n(n+1)yn=0$

(ब) $\frac{dy}{dx}$ निकालें जब $y=\cos\sqrt{\sin\sqrt{x}}$

OR (अथवा)

(a) Find the angle of intersection of the curves $y=4-x^2$ and $y=x^2$

(b) Find $\frac{dy}{dx}$,when $x^y=y^x$

(अ) वक्र $y=4-x^2$ और $y=x^2$ का प्रतिच्छेद-कोण निकालें।

(ब) $\frac{dy}{dx}$ निकालें जब $x^y=y^x$ **8**

8. (a) If $u=\sin^{-1}\left[\frac{x^2+y^2}{x+y}\right]$, show that $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=\tan u$ **8**

(b) Find $\frac{dy}{dx}$,when $y+x=\sin(y+x)$

(अ) यदि $u=\sin^{-1}\left[\frac{x^2+y^2}{x+y}\right]$, तो दिखलायें कि $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=\tan u$

(ब) $\frac{dy}{dx}$ निकालें जब $y+x=\sin(y+x)$

OR (अथवा)

(a) Find the maximum or minimum values of the following function: $\frac{\log x}{x}$ **8**

(b) Differentiate $\tan^{-1}\left[\frac{2x}{1-x^2}\right]$ with respect to $\sin^{-1}\left[\frac{2x}{1-x^2}\right]$

(अ) निम्नलिखित फलन का उच्चिष्ट या निम्नष्ठ मान निकालें $\frac{\log x}{x}$

(ब) $\tan^{-1}\left[\frac{2x}{1-x^2}\right]$ का $\sin^{-1}\left[\frac{2x}{1-x^2}\right]$ के सापेक्ष अवकलन करें

9. (a) Integrate the following $\int x\sin x\cdot\cos x\cdot dx$ **8**

(b) Find the area of the smaller portion of the circle $x^2+y^2=4$ cut off by the line $x+y=2$

(अ) निम्नलिखित का समाकलन करें $\int x \sin x \cdot \cos x \cdot dx$

(ब) सरल रेखा $x + y = 2$ द्वारा विभाजित वृत $x^2 + y^2 = 4$ के भागों में से छोटे भाग का क्षेत्रफल निकालें।

OR (अथवा)

(a) Integrate the following $\int \cos^3 x \cdot dx$ **8**

(b) Evaluate

$$\underset{n \to \infty}{Lt} \left\{ \frac{n}{n^2+1^2} + \frac{n}{n^2+2^2} + \frac{n}{n^2+3^2} + - - - + \frac{n}{n^2+n^2} \right\}$$

(अ) निम्नलिखित को समाकलन करें $\int \cos^3 x \cdot dx$

(ब) मान निकालें

$$\underset{n \to \infty}{Lt} \left\{ \frac{n}{n^2+1^2} + \frac{n}{n^2+2^2} + \frac{n}{n^2+3^2} + - - - + \frac{n}{n^2+n^2} \right\}$$

10. (a) Solve the following differential equation:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = \sin 2x$$

(b) Solve the following differential equation:

$$\tan y \cdot dx + \tan x \cdot dy = 0$$

(अ) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल करें: **8**

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = \sin 2x$$

(ब) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल करें:

$$\tan y \cdot dx + \tan x \cdot dy = 0$$

OR (अथवा)

Solve the following differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y-3}{2x+y-3}$ **8**

निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल करें: $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y-3}{2x+y-3}$

11. (a) If $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, prove that $\vec{a}$ is perpendicular to $\vec{b}$

(b) Prove that $\vec{i} \times (\vec{a} \times \vec{i}) + \vec{j} \times (\vec{a} \times \vec{j}) + \vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{k}) = 2\vec{a}$

(अ) यदि $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\vec{a}, \vec{b}$ पर लम्ब है। **8**

(ब) साबित करे कि $\vec{i} \times (\vec{a} \times \vec{i}) + \vec{j} \times (\vec{a} \times \vec{j}) + \vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{k}) = 2\vec{a}$

OR (अथवा)

(a) Prove that $\vec{a}\times\left(\vec{b}+\vec{c}\right)+\vec{b}\times\left(\vec{c}+\vec{a}\right)+\vec{c}\times\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=\vec{0}$

(b) Show that $\left[\vec{a}\times\vec{b},\ \vec{b}\times\vec{c},\ \vec{c}\times\vec{a}\right]=\left[\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}\right]^2$

(अ) साबित करें कि $\vec{a}\times\left(\vec{b}+\vec{c}\right)+\vec{b}\times\left(\vec{c}+\vec{a}\right)+\vec{c}\times\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=\vec{0}$

(ब) दिखलायें कि $\left[\vec{a}\times\vec{b},\ \vec{b}\times\vec{c},\ \vec{c}\times\vec{a}\right]=\left[\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}\right]^2$ 8

***