2019(Odd)

Old Syllabus

Time : 3Hrs.

Sem. I/II - (G)

Engg. Mathematics -II

Full Marks : 80

Pass Marks : 26

*Answer all **20** questions from **Group A**, each question carries **1** marks.*

ग्रुप–A से सभी **20** प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान *1* अंक है।

*Answer all **Five** questions from **Group B**, each question carries **4** marks.*

ग्रुप–B से सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान *4* अंक है।

*Answer all **Five** questions from **Group C**, each question carries **8** marks.*

ग्रुप–C से सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान **8** अंक है।

All parts of a question must be answered at one place in sequence, otherwise they may not be evaluated.

एक प्रश्न के सभी अंशों का उत्तर एक ही जगह (लगातार क्रम में) होना चाहिए, अन्यथा वे जाँचे नहीं जा सकते हैं।

The figure in right hand margin indicate marks.

दाएँ पार्श्व के अंक पूर्णांक के सूचक हैं।

P.T.O

GROUP A

1. Choose the most suitable answer from the following options : **1 x 20 = 20**

सर्वाधिक उपयुक्त विकल्प को चुनकर लिखें :

(i) If $f(x) = \sqrt{(x-1)(3-x)}$, then the domain of f(x) is.....

(a) $x \geq 1$

(b) $x \geq 3$

(c) $x \leq 1$ or $x \geq 3$

(d) None of these

(i) यदि $f(x) = \sqrt{(x-1)(3-x)}$, तब f(x) का प्रभाव क्षेत्र.....होगा–

(अ) $x \geq 1$

(ब) $x \geq 3$

(स) $x \leq 1$ or $x \geq 3$

(द) इनमें से कोई नहीं

(ii) If $f(x) = 5\log_e x^2 - 2\log_e x^3$, then f(10) is .....

(a) 1

(b) 0

(c) 4

(d) None of these

(a) सिद्ध कीजिए : $[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}] = [\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]^2$

(b) सिद्ध करें कि सदिश $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$, $-\vec{a} + 3\vec{b} - 5\vec{c}$, और $-\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}$ एक तलीय है जहाँ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ एक तलीय नहीं है।

***

निम्नलिखित अवकल समीकरणों को हल कीजिए–

(a) $\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dx}{dy} 9y = 5e^{3x}$

(b) $(e^y + 1)\cos x dx + e^y \sin x\, dy = 0$

11. (a) Using vector method, prove that the angle in a semicircle is a right angle.

(b) Prove that : $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a}.\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}.\vec{b})\vec{c}$

(अ) सिदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि अर्द्धवृत का कोण समकोण होता है। **8**

(ब) सिद्ध कीजिए : $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a}.\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}.\vec{b})\vec{c}$

OR(अथवा)

(a) Prove that $[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}] = [\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]^2$

(b) Prove that the vector $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$, $-\vec{a} + 3\vec{b} - 5\vec{c}$, and $-\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}$ are coplanar, when a, b, c. are non coplanar

(ii) यदि $f(x) = 5\log_e x^2 - 2\log_e x^3$, तब $f(10) =$.....

(अ) 1

(ब) 0

(स) 4

(द) इनमें से कोई नहीं

(iii) $\lim_{x\to 4} \frac{x^6 - 4^6}{x - 4} =$ .....

(a) 3×2^{11}

(b) 6×2^{11}

(c) 4×2^{11}

(d) None of these

(iii) $\lim_{x\to 4} \frac{x^6 - 4^6}{x - 4} =$ .....

(अ) 3×2^{11}

(ब) 6×2^{11}

(स) 4×2^{11}

(द) इनमें से कोई नहीं

(iv) What is the value of $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 8x}{x}$?

(a) 1

(b) 0

(c) 8

(d) None of these

(iv) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 8x}{x}$ का मान क्या है?

(अ) 1

(ब) 0

(स) 8

(द) इनमें से कोई नहीं

(v) The differential Co- efficient of $\log\sqrt{x}$ with respect to x is :

(a) $\frac{1}{2x}$

(b) $\sqrt{x}$

(c) $\frac{\sqrt{x}}{2}$

(d) None of these

(v) $\log\sqrt{x}$ का अवकल गुणांक x के सापेक्ष होगा।

(अ) $\frac{1}{2x}$

(ब) $\sqrt{x}$

(स) $\frac{\sqrt{x}}{2}$

(द) इनमें से कोई नहीं

(a) $\int \tan^4 x dx$ का मान निकालें।

(b) प्रथम सिद्धांत से $\int_0^1 x^2 dx$ का समाकलन करें।

10. (a) Solve the following differential equations:

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x^2}$$

(b) $(D^2 + 4)y = \sin 3x$

8

(a) निम्नलिखित अवकल समीकरणों को हल कीजिए–

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x^2}$$

(b) $(D^2 + 4)y = \sin 3x$

OR(अथवा)

Solve the following differential equations:

(a) $\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dx}{dy} 9y = 5e^{3x}$

(b) $(e^y + 1)\cos x\, dx + e^y \sin x\, dy = 0$

(a) x^x के न्यूनतम मान निकालें।

(b) यदि $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$ सिद्ध करें कि

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$$

9. (a) Integrate the following:

$$\int x^2 \sin 2x.dx$$

(b) Find the area included between the curve $x^2 = 4y$ and $y^2 = 4x$

8

(a) निम्नांकित का समाकलन करें।

$$\int x^2 \sin 2x.dx$$

(b) वक्र $x^2 = 4y$ और $y^2 = 4x$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालें।

OR(अथवा)

(a) Find $\int \tan^4 x dx$

(b) Integrate from the first principle $\int_0^1 x^2 dx$.

(vi) Differential coefficient of $\sec^{-1}x$ with respect to x is :

(a) $\frac{1}{1+x^2}$

(b) $\frac{1}{1-x^2}$

(c) $\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

(d) None of these

(vi) x के सापेक्ष $\sec^{-1}x$ का अवकल गुणांक.....है।

(अ) $\frac{1}{1+x^2}$

(ब) $\frac{1}{1-x^2}$

(स) $\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

(द) इनमें से कोई नहीं

(vii) Differential co-efficient fo $\tan^{-1}x$ with respect to x is .....

(a) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(b) $\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$

(c) $\frac{1}{(1-x^2)}$

(d) None of these

(vii) x के सापेक्ष $\tan^{-1}x$ का अवकल गुणांक.....है।

(अ) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(ब) $\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$

(स) $\frac{1}{(1-x^2)}$

(द) इनमें से कोई नहीं

(viii) The slope of the curve $y^2 = 4ax$ at the point (1,2) is .....

(a) 45^0

(b) 90^0

(c) 135^0

(d) None of these

(viii) बिन्दु (1,2) पर वक्र $y^2 = 4x$ की ढाल है.....

(अ) 45^0

(ब) 90^0

(स) 135^0

(द) इनमें से कोई नहीं

(ix) The value of $\int_0^\infty e^{-y}dy$ is ....

(a) 2

(b) 1

(c) 0

(d) None of these

(a) यदि $u = x^2y^2 - y^4x^3 + 5x^4 + 9$, मान ज्ञात कीजिए

$$x\frac{d^2y}{dx^2}+y\frac{d^2y}{dxdy}-2\frac{dy}{dx}$$

(b) फलन $y= \log (ax+b)$ का n वीं कोटि का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

8. (a) If $u = 3x^2-4y^3 - 4y^3+3x^2y-5xy^2$ then Show that

$$x\frac{dy}{dx}+y\frac{dy}{dx} = 3u$$

(b) If $x = a(\theta+\sin\theta), y = a(1-\cos\theta)$, find $\frac{dy}{dx}$

(a) अगर $u = 3x^3 - 4y^3 + 3x^2y - 5xy^2$ तब दिखायें कि $x\frac{dy}{dx}+y\frac{dy}{dx} = 3u$

यदि $x = a(\theta+\sin\theta), y = a(1-\cos\theta)$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान निकालें।

OR(अथवा)

(a) Find the minimum valve of x^x

(b) If $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$, prove that:

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$$

GROUP C

Answer all **Five** Questions.

8 x 5 = 40

सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें

7. (a) If $y = (\sin^{-1}x)^2$, prove that

$(1-x^2)y_{n+2} - (2x+1)xy_{n+1} - n^2y_n = 0$

(b) If $y = \sin\sqrt{\cos\sqrt{\tan mx}}$, find $\frac{dy}{dx}$

8

(a) **यदि** $y = (\sin^{-1}x)^2$ **तो साबित करें कि:**

$(1-x^2)y_{n+2} - (2x+1)xy_{n+1} - n^2y_n = 0$

(b) **यदि** $y = \sin\sqrt{\cos\sqrt{\tan mx}}$ **तो** $\frac{dy}{dx}$ **का मान निकालें**

OR(अथवा)

(a) If $u = x^2y^2 - y^4x^3 + 5x^4 + 9$, Find the value of

$$x\frac{d^2y}{dx^2} + y\frac{d^2y}{dxdy} - 2\frac{dy}{dx}$$

(b) Find the n^{th} order derivative of $y = \log(ax+b)$

(ix) $\int_0^\infty e^{-y}dy$ **का मान होगा.....**

(अ) 2

(ब) 1

(स) 0

(द) इनमें से कोई नहीं

(x) The value of $\int\cos x^0.dx$ is.....

(a) $\frac{180}{\pi}\sin x^0$

(b) $\frac{1}{\pi}\sin x^0$

(c) $\frac{180}{\pi}\sin x^0 + C$

(d) None of these

(x) $\int\cos x^0.dx$ **का मान बराबर होगा–**

(अ) $\frac{180}{\pi}\sin x^0$

(ब) $\frac{1}{\pi}\sin x^0$

(स) $\frac{180}{\pi}\sin x^0 + C$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xi) If f(x) is an odd function then $\int_{-a}^{a} f(x)dx$ =.....

(a) $2\int_{0}^{a} f(x)dx$

(b) 1

(c) 0

(d) None of these

(xi) यदि f(x) एक विषम फलन है तब $\int_{-a}^{a} f(x)dx$ =...

(अ) $2\int_{0}^{a} f(x)dx$

(ब) 1

(स) 0

(द) इनमें से कोई नहीं

(xii) $\int_{0}^{\pi/2} \log \sin x dx$ = ...

(a) $\int_{0}^{\pi/2} \log \tan x \, dx$

(b) $\int_{0}^{\pi/2} \log \cos x \, dx$

(c) $\frac{\pi}{2}$

(d) None of these

6. Prove that the three points $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$, $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ and $-7\vec{b} + 10\vec{c}$ are collinear. **4**

साबित करें के तीन बिन्दु $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$, $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ और $-7\vec{b} + 10\vec{c}$ रैखिक है।

OR(अथवा)

If $\hat{a}$ and $\hat{b}$ are unit vector and θ is the angle between them, prove that

$$\text{Sin}\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}|\hat{a} - \hat{b}|$$

यदि $\hat{a}$ और $\hat{b}$ इकाई सदिश है और θ उनकें बीच का कोण हो तो साबित करें कि

$$\text{Sin}\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}|\hat{a} - \hat{b}|$$

OR(अथवा)

Evaluate:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dy}{1+\sin x}$$

मान ज्ञात करें–

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dy}{1+\sin x}$$

5. Solve the following equation:

$$\frac{d^3y}{dx^3} - 8y = 0$$

निम्नांकित समीकरण को हल करें।

$$\frac{d^3y}{dx^3} - 8y = 0$$

OR(अथवा)

Solve the following differential equation.

$$\sqrt{1-x^2}\, dy + \sqrt{1-y^2} dx = 0$$

निम्नांकित अवकल समीकरण को हल करें।

$$\sqrt{1-x^2}\, dy + \sqrt{1-y^2} dx = 0$$

4

(xii) $\int_0^{\pi/2} \log \sin x dx = ...$

(अ) $\int_0^{\pi/2} \log \tan x \, dx$

(ब) $\int_0^{\pi/2} \log \cos x \, dx$

(स) $\frac{\pi}{2}$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xiii) The area of the region bounded by two curves $y = \phi(x)$, $y = \psi(x)$ and two lines $x = a$, $x = b$ perpendicular to x-axis is.....

(a) $\int_a^b \{\phi(x) - \psi(x)\} dx$

(b) $\int_b^a \{\phi(x) + \psi(x)\} dx$

(c) $\phi(b) - \phi(a)$

(d) None of these

(xiii) दो वक्र $y = \phi(x)$, $y = \psi(x)$ तथा x-अक्ष पर लम्ब दो रेखाओं $x = a$, $x = b$ से किसे क्षेत्र का क्षेत्रफल है–

(अ) $\int_a^b \{\phi(x) - \psi(x)\} dx$

(ब) $\int_b^a \{\phi(x) + \psi(x)\} dx$

(स) $\phi(b) - \phi(a)$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xiv) The value of $\int_1^e \frac{1+\log x.}{x} .dx$

(a) $\frac{3}{2}$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) e

(d) None of these

(xiv) $\int_1^e \frac{1+\log x.}{x} .dx$ का मान है–

(अ) $\frac{3}{2}$

(ब) $\frac{1}{2}$

(स) e

(द) इनमें से कोई नहीं

(xv) If $f(x,y) = 3x^4 - 4y^3 + 7x^2y$, then $\frac{d^2f}{dx^2}$ =.....

(a) $36x^2 + 14y$

(b) $36x^2 - 3xy$

(c) $x^2 - 14y$

(d) None of these

3. Find the differential co-effecient of cos x with respect to x from the 1st principle. **4**

प्रथम सिद्धांत से cos x का अवकल गुणांक ज्ञात करें। **4**

OR(अथवा)

Find the equation of tangent and normal at point (1,2) to the curve $x^3 + y^3 - 3x^3y - 6x + 3 = 0$

वक्र $x^3 + y^3 - 3x^3y - 6x + 3 = 0$ के (1,2) बिन्दु पर स्पर्श रेखा एवं अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात करें।

4 Evaluate:

$$\int (2x+3)\sqrt{x^2+3x}\, dx$$

मान ज्ञात करें– **4**

$$\int (2x+3)\sqrt{x^2+3x\, dx}$$

GROUP B

Answer all **Five** Questions. **4 x 5 = 20**

सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें

2. Find:

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{\sqrt{1-x^2}-\sqrt{1+x}}{x}\right]$$

मान निकालें– **4**

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{\sqrt{1-x^2}-\sqrt{1+x}}{x}\right]$$

OR(अथवा)

Examine the continuity of f(x) at x =0

$$f(x) = \frac{|x|}{x},\ x \neq 0$$
$$= 0,\ x = 0$$

निम्नलिखित फलन f(x) के लिए x =0 पर संतता की जाँच करें।

$$f(x) = \frac{|x|}{x},\ x \neq 0$$
$$= 0,\ x = 0$$

(xv) यदि $f(x,y) = 3x^4 - 4y^3 + 7x^2y$ तब $\frac{d^2f}{dx^2}$ =.....

(अ) $36x^2 + 14y$

(ब) $36x^2 - 3xy$

(स) $x^2 - 14y$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xvi) The order and degree of the differential equation $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = 0$ is

(a) 1and 1

(b) 3 and 3

(c) 2 and 2

(d) None of these

(xvi) अवकल समीकरण $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = 0$ का कोटि और घात है.....

(अ) 1 और 1

(ब) 3 और 3

(स) 2 और 2

(द) इनमें से कोई नहीं

(xvii) The differential equation of the curve $y^2 = 4ax$ is :

(a) $2xy + \frac{dy}{dx} = 0$

(b) $2xy + \frac{dy}{dx} = -y$

(c) $2xy\frac{dy}{dx} - y = 0$

(d) None of these

(xvii) वक्र $y^2 = 4ax$ का अवकल समीकरण होगा–

(अ) $2xy + \frac{dy}{dx} = 0$

(ब) $2xy + \frac{dy}{dx} = -y$

(स) $2xy \frac{dy}{dx} - y = 0$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xviii) The unit vector in the direction of the vector $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k}$ is:

(a) $\left(\frac{1}{\sqrt{6i}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{6i}}\vec{j} + \frac{1}{\sqrt{6i}}\vec{k}\right)$

(b) $\left(\frac{3}{\sqrt{6i}}\vec{j} + \frac{2}{\sqrt{6i}}\vec{j} + \frac{3}{\sqrt{6i}}\vec{k}\right)$

(c) $\left(\frac{3}{\sqrt{6i}}\vec{i} + \frac{4}{\sqrt{6i}}\vec{j} + \frac{6}{\sqrt{6i}}\vec{k}\right)$

(d) None of these

(xviii) सदिश $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k}$ की दिशा में इकाई दिशा होगा–

(अ) $\left(\frac{1}{\sqrt{6i}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{6i}}\vec{j} + \frac{1}{\sqrt{6i}}\vec{k}\right)$

(ब) $\left(\frac{3}{\sqrt{6i}}\vec{j} + \frac{2}{\sqrt{6i}}\vec{j} + \frac{3}{\sqrt{6i}}\vec{k}\right)$

(स) $\left(\frac{3}{\sqrt{6i}}\vec{i} + \frac{4}{\sqrt{6i}}\vec{j} + \frac{6}{\sqrt{6i}}\vec{k}\right)$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xix) If the three vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ are coplaner, then the value of $\vec{a}.(\vec{b} \times \vec{c})$ is equal to:

(a) 5

(b) 0

(c) $\sqrt{5}$

(d) None of these

(xix) यदि तीन सदिश $\vec{a}$, $\vec{b}$ और $\vec{c}$ एक तलीय हो, तब का $\vec{a}.(\vec{b} \times \vec{c})$ मान होगा–

(अ) 5

(ब) 0

(स) $\sqrt{5}$

(द) इनमें से कोई नही

(xx) The value of $\vec{i} \times (\vec{j} \times \vec{k})$ is .....

(a) $\vec{i}$

(b) 0

(c) $\vec{k}$

(d) None of these

(xx) $\vec{i} \times (\vec{j} \times \vec{k})$ का मान होगा।

(अ) $\vec{i}$

(ब) 0

(स) $\vec{k}$

(द) इनमें से कोई नहीं