02101/01201/P01201

2018(Even)

Time : 3 Hrs. **Sem. I/II**

Engg Maths-II

Full Marks : 80

Pass Marks : 26

*Answer **all 20** questions from **Group A**, each question carries **1** mark.*

ग्रुप-**A** से सभी प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान **1** अंक है ।

*Answer **all five** questions from **Group B**, each question carries **4** marks.*

ग्रुप-**B** से **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान **4** अंक है ।

*Answer **all five** questions from **Group C**, each question carries **8** marks.*

ग्रुप-**C** से **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान **8** अंक है ।

All parts of a question must be answered at one place in sequence, otherwise they may not be evaluated.

एक प्रश्न के सभी अंशों का उत्तर एक ही जगह (लगातार क्रम में) होना चाहिए, अन्यथा वे नहीं जाँचे जा सकते हैं ।

The figures in right hand margin indicate marks.

दाएँ पार्श्व के अंक पूर्णांक के सूचक हैं ।

PTO

GROUP A

1. Choose the most suitable answer from the following options :

सर्वाधिक उपर्युक्त विकल्प को चुनकर लिखिए :

(i) The domain of the function $\cos^{-1}(2x-1)$ is

(a) $[0,1[$

(b) $]0,1[$

(c) $[0,1]$

(d) None of these

(i) फलन $\cos^{-1}(2x-1)$ का प्रभाव क्षेत्र है

(अ) $[0,1[$

(ब) $]0,1[$

(स) $[0,1]$

(द) इनमें से कोई नहीं

(ii) The range of the function $y=\left[\frac{x}{1+x^2}\right]$ is

(a) $\left]0,\frac{1}{2}\right[$

(b) $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$

(c) $\left]-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right[$

(d) None of these.

(ii) फलन $y=\left[\frac{x}{1+x^2}\right]$ का परिसर है

(अ) $\left]0,\frac{1}{2}\right[$

(ब) $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$

(स) $\left]-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right[$

(द) इनमें से कोई नहीं

(iii) The value of $\underset{x\to 5}{Lt}\left[\frac{x^6-5^6}{x-5}\right]$

(a) 6×5^5

(b) 7×5^5

(c) 6×5^6

(d) None of these

(iii) $\underset{x\to 5}{Lt}\left[\frac{x^6-5^6}{x-5}\right]$ का मान है

(अ) 6×5^5

(ब) 7×5^5

(स) 6×5^6

(द) इनमें से कोई नहीं।

(iv) The value of $\underset{\theta\to0}{Lt}\left[\frac{\tan6\theta}{\sin5\theta}\right]$ is

(a) 5/6

(b) 6/5

(c) 30

(d) None of these.

(iv) $\underset{\theta\to0}{Lt}\left[\frac{\tan6\theta}{\sin5\theta}\right]$ का मान है

(अ) 5/6

(ब) 6/5

(स) 30

(द) इनमें से कोई नहीं।

(v) The differential coefficient of $\cot^{-1}x$ is

(a) $\frac{1}{1+x^2}$ (b) $-\frac{1}{1+x^2}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (d) None of these

(v) $\cot^{-1}x$ का अवकल गुणांक है

(अ) $\frac{1}{1+x^2}$ (ब) $-\frac{1}{1+x^2}$

(स) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (द) इनमें से कोई नहीं।

(vi) The slope of the curve $y^2=4x$ at the point $(1,1)$ is.

(a) 1

(b) 2

(c) $1/2$

(d) None of these

(vi) विन्दु $(1,1)$ पर वक्र $y^2=4x$ का ढ़ाल है

(अ) 1

(ब) 2

(स) $1/2$

(द) इनमें से कोई नहीं।

(vii) The Value of D^nx^n is.

(a) $\lfloor n-2$

(b) n

(c) $\lfloor n$

(d) None of these

(vii) D^nx^n का मान है

(अ) $\lfloor n-2$

(ब) n

(स) $\lfloor n$

(द) इनमें से कोई नहीं

(viii) If $u = \left[\sin^{-1}\frac{x}{y}\right]$ then the value of $\frac{\partial u}{\partial x}$ is

(a) $1/\sqrt{y^2 - x^2}$ (b) $-1/\sqrt{y^2 - x^2}$

(c) $y/\sqrt{x^2 - y^2}$ (d) None of these

(viii) यदि $u = \left[\sin^{-1}\frac{x}{y}\right]$ हो तो $\frac{\partial u}{\partial x}$ का मान है

(अ) $1/\sqrt{y^2 - x^2}$ (ब) $-1/\sqrt{y^2 - x^2}$

(स) $\frac{dy}{dx} = \left[\frac{x+2y-3}{2x+4y-3}\right]$ (द) इनमें से कोई नहीं।

(ix) The value of $\int_0^1 \frac{-dx}{\sqrt{1-x^2}}$ is

(a) $\pi/4$ (b) $-\pi/2$

(c) 0 (d) None of these

(ix) $\int_0^1 \frac{-dx}{\sqrt{1-x^2}}$ का मान है

(अ) $\pi/4$ (ब) $-\pi/2$

(स) 0 (द) इनमें से कोई नहीं।

(x) If $f(x)$ is an odd function then the value of $\int_{-a}^{a} f(x) \cdot dx$ is

(a) 0 (b) 2

(c) $2\int_0^a f(x) \cdot dx$ (d) None of these

(x) यदि $f(x)$ एक विषम फलन हो तब $\int_{-a}^{a} f(x) \cdot dx$ का मान है

(अ) 0 (ब) 2

(स) $2\int_0^a f(x) \cdot dx$ (द) इनमें से कोई नहीं।

(xi) The Value of $\int \log x \cdot dx$ is

(a) $x \log x - x$ (b) $x \log x + x$

(c) $x \log x - x + c$ (d) None of these

(xi) $\int \log x \cdot dx$ का मान है

(अ) $x \log x - x$ (ब) $x \log x + x$

(स) $x \log x - x + c$ (द) इनमें से कोई नहीं।

(xii) The area of the region bounded by two curves $y = \phi(x), y = \Psi(x)$ and two lines $x = a,\ x = b$ perpendicular to $x - axis$ is

(a) $\int_a^b \{\phi(x) - \Psi(x)\} dx$

(b) $\int_a^b \{\phi(x) + \Psi(x)\}\, dx$

(c) $\phi(b) - \phi(a)$

(d) None of these

(xii) दो वक्र $y = \phi(x), y = \Psi(x)$ तथा x-अक्ष पर लम्ब दो रेखाओं $x = a,\ x = b$ से घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल है

(अ) $\int_a^b \{\phi(x) - \Psi(x)\} dx$

(ब) $\int_a^b \{\phi(x) + \Psi(x)\}\, dx$

(स) $\phi(b) - \phi(a)$

(द) इनमें से कोई नहीं।

(xiii) The differential equation of the curves. $y = a\sin(mx + b)$, where m, a and b are arbitrary constant is

(a) $\frac{d^2y}{dx^2} - m^2 y = 0$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} + m^2 y = 0$

(c) $\frac{d^3y}{dx^3} + m^2 y = 0$

(d) None of these

(xiii) वक्र $y = a\sin(mx + b)$ जहाँ a,m और b स्वेच्छा नियतांक है का अवकल समीकरण होगा

(अ) $\frac{d^2y}{dx^2} - m^2 y = 0$

(ब) $\frac{d^2y}{dx^2} + m^2 y = 0$

(स) $\frac{d^3y}{dx^3} + m^2 y = 0$

(द) इनमें से कोई नहीं।

(xiv) The order and degree of the differential equation $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2} = \frac{d^2y}{dx^2}$ is

(a) 2 and 2

(b) 2 and 3

(c) 3 and 2

(d) None of these

(xiv) अवकल समीकरण $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2} = \frac{d^2y}{dx^2}$ का कोटि और घात है

(अ) 2 और 2

(ब) 2 और 3

(स) 3 और 2

(द) इनमें से कोई नहीं।

(xv) Solution of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2}-8\frac{dy}{dx}+15y=0$ is

(a) $y=C_1e^{5x}+C_2\cdot e^{3x}$

(b) $y=C_1e^{5x}+C_2\cdot e^{6x}$

(c) $y=C_1e^{2x}+C_2\cdot e^{3x}$

(d) None of these

(xv) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2}-8\frac{dy}{dx}+15y=0$ का हल होगा

(अ) $y=C_1e^{5x}+C_2\cdot e^{3x}$

(ब) $y=C_1e^{5x}+C_2\cdot e^{6x}$

(स) $y=C_1e^{2x}+C_2\cdot e^{3x}$

(द) इनमें से कोई नहीं।

(xvi) The integrating factor of the differential equation $\frac{dx}{dy}+P(y)\cdot x=Q(y)$ is.

(a) $e^{\int P(x)\cdot dy}$

(b) $e^{\int P(y)\cdot dy}$

(c) $e^{\int P(y)\cdot dx}$

(d) None of these

(xvi) अवकल समीकरण $\frac{dx}{dy}+P(y)\cdot x=Q(y)$ का Integrating factor है

(अ) $e^{\int P(x)\cdot dy}$

(ब) $e^{\int P(y)\cdot dy}$

(स) $e^{\int P(y)\cdot dx}$

(द) इनमें से कोई नहीं।

(xvii) If $\vec{a}=3\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$ and $\vec{b}=2\vec{i}-2\vec{j}+4\vec{k}$ then the value of $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$ is

(a) 5

(b) $2\sqrt{13}$

(c) $13\sqrt{2}$

(d) None of these.

(xvii) यदि $\vec{a}=3\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$ तथा $\vec{b}=2\vec{i}-2\vec{j}+4\vec{k}$ हो तो $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$ का मान होगा

(अ) 5

(ब) $2\sqrt{13}$

(स) $13\sqrt{2}$

(द) इनमें से कोई नहीं।

(xviii) The value of $\left[\vec{i}\ \vec{j}\ \vec{k}\right]$ is.

(a) 0

(b) -1

(c) 1

(d) None of these

(xviii) $\left[\vec{i}\ \vec{j}\ \vec{k}\right]$ का मान है।

(अ) 0

(ब) −1

(स) 1

(द) इनमें से कोई नहीं।

(xix) If $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ and $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$ then the value of $\vec{a}\ .\ \vec{b}$ is.

(a) 3

(b) 4

(c) 5

(d) None of these

(xix) यदि $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ तथा $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$ हो तो $\vec{a}\ .\ \vec{b}$ का मान है

(अ) 3

(ब) 4

(स) 5

(द) इनमें से कोई नहीं।

(xx) The direction cosine of the vector $\vec{a}=3\vec{i}+4\vec{j}-6\vec{k}$ is.

(a) $\left(\frac{1}{\sqrt{61}},\frac{2}{\sqrt{61}},\frac{3}{\sqrt{61}}\right)$

(b) $\left(\frac{-3}{\sqrt{61}},\frac{-4}{\sqrt{61}},\frac{6}{\sqrt{61}}\right)$

(c) $\left(\frac{3}{\sqrt{61}},\frac{4}{\sqrt{61}},\frac{-6}{\sqrt{61}}\right)$

(d) None of these

(xx) $\vec{a}=3\vec{i}+4\vec{j}-6\vec{k}$ का दिक्-कोज्या है

(अ) $\left(\frac{1}{\sqrt{61}},\frac{2}{\sqrt{61}},\frac{3}{\sqrt{61}}\right)$

(ब) $\left(\frac{-3}{\sqrt{61}},\frac{-4}{\sqrt{61}},\frac{6}{\sqrt{61}}\right)$

(स) $\left(\frac{3}{\sqrt{61}},\frac{4}{\sqrt{61}},\frac{-6}{\sqrt{61}}\right)$

(द) इनमें से कोई नहीं।

GROUP B

Answer all ***Five Questions.*** **5×4=20**

सभी **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

2. Find $\underset{x\to o}{Lt}\left[\frac{2\sin x-\sin 2x}{x^3}\right]$ **4**

मान निकालें $\underset{x \to o}{Lt}\left[\frac{2\sin x - \sin 2x}{x^3}\right]$

Or (अथवा)

Prove that the function $f(x) = x^2 \sin\frac{1}{x}, x \neq 0$ $f(0) = 0$ is contincous at $x = 0$ **4**

साबित करें कि फलन $f(x) = x^2 \sin\frac{1}{x}, x \neq 0$ $f(0) = 0$ $x = 0$ पर संतत हैं।

3. Find the differential coefficient of $\tan(ax)$ from first principle. **4**

प्रथम सिद्धान्त से $\tan(ax)$ का अवकल गुणांक निकालें।

Or (अथवा)

A spherical balloon is inflated and radius is increasing at $\frac{1}{3}$ inch per minute. At what rate would the volume be increasing at the instant when radius is 2 inches ? एक गोल गुब्बारे में हवा भरी जा रही है और इसकी त्रिज्या $\frac{1}{3}$ इंच/मिनट बढ़ रही है जब त्रिज्या 2 इंच हो तो उस समय आयतन किस दर से बढ़ता जायेगा। **4**

4. Find $\int_0^{\pi/2} e^x . \cos x . dx$ **4**

$\int_0^{\pi/2} e^x . \cos x . dx$ का मान निकालें

Or (अथवा)

Find $\int_0^{\pi/2} \log\tan x . dx$ **4**

$\int_0^{\pi/2} \log\tan x . dx$ का मान निकालें।

5. Solve the following differential equation $\frac{dy}{dx} + y\cot x = 2\cos x$ **4**

निम्नांकित अवकल समीकरण को हल करें $\frac{dy}{dx} + y\cot x = 2\cos x$

Or (अथवा)

Solve the following differential equation $\frac{dy}{dx} = \left[\frac{x^2 y}{x^3 + y^3}\right]$ **4**

निम्नांकित अवकल समीकरण को हल करें $\frac{dy}{dx} = \left[\frac{x^2 y}{x^3 + y^3}\right]$

6. Prove that the three points $\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}, -\vec{i}-\vec{j}+8\vec{k}$ and $-4\vec{i}+4\vec{j}+6\vec{k}$ form vertices of an equilateral triangle. **4**

सिद्ध करें कि $\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}, -\vec{i}-\vec{j}+8\vec{k}$ और $-4\vec{i}+4\vec{j}+6\vec{k}$ किसी समबाहु त्रिभुज के तीन शीर्ष हैं।

Or **(अथवा)**

If $\vec{\alpha}$ and $\vec{\beta}$ be the position veetors of A and B respectively, find the position vector of a point C in AB produced such that $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AB}$ **4**

यदि A और B के स्थिति-सदिश क्रमशः $\vec{\alpha}$ और $\vec{\beta}$ हो तो AB के बढ़े हुए भाग पर स्थित किसी बिन्दु C का स्थिति सदिश निकालें जहाँ कि $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AB}$

GROUP C

Answer all ***Five Questions.*** **8×5=40**

सभी **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

7. (a) If $y=\left(\sin^{-1}x\right)^2$, prove that

$$\left(1-x^2\right)y_{n+2}-\left(2n+1\right)\cdot xy_{n+1}-n^2yn=0$$

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ When $xy=\sin\left(x+y\right)$ **8**

(a) यदि $y=\left(\sin^{-1}x\right)^2$ तो साबित करें कि

$$\left(1-x^2\right)y_{n+2}-\left(2n+1\right)\cdot xy_{n+1}-n^2yn=0$$

(b) $\frac{dy}{dx}$ निकालें जब $xy=\sin\left(x+y\right)$

Or **(अथवा)**

(a) Find the points on the curve $y=x^2-12x+10$, Where the tangent is parallel to the $x-axis$

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ when $y=x^{\sin x}+\left(\tan x\right)^{\cot x}$ **8**

(a) वक्र $y=x^2-12x+10$, पर उन बिन्दुओं को मालुम करे जिन पर की स्पर्श रेखाएँ x-अक्ष के समानान्तर हों।

(b) $\frac{dy}{dx}$ निकालें जब $y=x^{\sin x}+\left(\tan x\right)^{\cot x}$

8. (a) If $u=\tan^{-1}\left[\frac{x^3+y^3}{x-y}\right]$, then show that

$$x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial x}=\sin 2u$$

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ When $y=\sin\sqrt{x}+\cos^2\sqrt{x}$ **8**